- *On veillera à une présentation et une rédaction, claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties de l'épreuve sont relativement indépendantes entre elles.*

La comète C/1995 O1 Hale-Bopp

Les divers peuples du monde connaissent les comètes depuis bien longtemps. Les comètes apparaissent dans le ciel, leur brillance augmentant progressivement en quelques mois en révélant une majestueuse structure formée d'une tête brillante, appelée chevelure ou coma, suivie d'une longue traîne lumineuse (figure 1). Les comètes s'affaiblissent ensuite progressivement et disparaissent en plusieurs mois.



Figure 1 : Comète de Hale-Bopp : *Observer : Wally Pacholka (http://www.jpl.nasa.gov/comet)*

Le mouvement des comètes, comme celui des planètes, se réfère à leur position par rapport au « *fond céleste* » que constituent les constellations d'étoiles, dont la forme et la disposition relative semble immuable. Sur ce fond les comètes se déplacent bien plus vite que les planètes.

Données :

- Masse du Soleil : $M_S = 2.10^{30} kg$.
- Rayon du Soleil : $R_S = 7{,}0.10^{5} km$.
- Vitesse de rotation du Soleil : $\Omega_S = 2{,}9.10^{-6} rad.s^{-1}$.
- Rayon de l'orbite terrestre supposée circulaire : $d_{ST} = 1{,}5.10^{8} km$.
- Masse volumique de l'eau : $\mu_e = 10^{3} kg.m^{-3}$.
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67.10^{-11} SI$.
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00.10^{8} m.s^{-1}$.
- Constante de Planck : $h = 6{,}63.10^{-34} J.s$.
- Équation locale de Maxwell du flux magnétique : $div(\vec{B}) = 0$.
- Vecteur vitesse en coordonnées sphériques : $\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta + r\sin\theta\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_\varphi$.
- Divergence en coordonnées sphériques :

$$div(\vec{A}) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1912 - Wadifa Info - page 1/7

- Densité volumique d'énergie électromagnétique : $u_{em} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$.

L'épreuve est composée de deux parties indépendantes, à l'intérieur desquelles de nombreuses questions peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

La partie 1 est notée sur ***4 points***, la partie 2 sur ***16 points***.

Partie 1
Onde électromagnétique dans le vide

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique sinusoïdale dans le vide. On suppose que le champ électrique de cette onde en un point M de l'espace à l'instant t est de la forme : $\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{e_x}$. On pose $k = \frac{\omega}{c}$ avec ω et k sont respectivement la pulsation et le module d'onde de l'onde , et c est la vitesse de la lumière dans le vide.

1. Déterminer la direction, le sens et la vitesse de propagation de cette onde.

2. Exprimer le champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde puis la moyenne temporelle $<\vec{\Pi}>$ du vecteur de Poynting $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ de l'onde, μ_0 étant la perméabilité magnétique du vide.

3. Exprimer la moyenne temporelle de la densité volumique d'énergie électromagnétique $<u_{em}>$ de cette onde.

4. Quelle relation y a-t-il entre $<\vec{\Pi}>$ et $<u_{em}>$?

Partie 2
La comète Hale-Bopp

1. Trajectoire de la comète Hale-Bopp

En 1997, la comète *Hale-Bopp*, découverte indépendamment par Alan Hale et Thomas Bopp en 1995, est passée relativement près de la Terre. Cette comète, supposée centrée au point C, possède une orbite elliptique autour du Soleil centré au point S avec une excentricité $e_C = 0,995$. À son périhélie (point de l'orbite le plus rapproché du Soleil), le 1er avril 1997, sa distance au Soleil était $SC = r_C^P = 1,35.10^8 km$ et en ce point sa vitesse par rapport au référentiel de Copernic valait $v_C^P = 45 km.s^{-1}$. On note M_S et m_C les masses respectivement du Soleil et de la comète assimilés à des points matériels, et G la constante de gravitation. On néglige la masse de la comète devant celle du Soleil. L'étude est faite dans le référentiel de Copernic centré sur le Soleil et supposé galiléen.

On note (Sxy) le plan de la trajectoire de la comète et on repère la position de la comète par ses coordonnées polaires (r_C, θ_C) auxquelles on associe la base $\left(\vec{e_{r_C}}, \vec{e_{\theta_C}}\right)$, $\vec{e_{z_C}}$ étant le vecteur unitaire perpendiculaire à ce plan.

On donne l'équation polaire de la trajectoire elliptique de la comète

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1912 - Wadifa Info - page 2/7

$r_C = \dfrac{p_C}{1+e_C\cos(\theta_C)}$ où p_C est le paramètre de l'orbite. On rappelle l'accélération d'un corps céleste assimilé à un point matériel écrite en coordonnées polaires : $\vec{a} = -\left(\dfrac{C_a}{r}\right)^2\left(\dfrac{d^2}{d\theta^2}\left(\dfrac{1}{r}\right)+\dfrac{1}{r}\right)\vec{e_r}$, C_a étant la constante des aires.

1.1. Rappeler l'expression de la force de gravitation $\vec{F}_{S\to C}$ exercée par le Soleil sur la comète. Justifier que cette force est centrale.

1.2. Expliquer comment la conservation du moment cinétique permet d'expliquer que la trajectoire de la comète est plane.

1.3. Calculer le paramètre p_C de l'orbite de la comète et la distance $SC = r_C^A$ de la comète à l'aphélie (point de l'orbite le plus éloigné du Soleil).

1.4. Écrire la conservation du moment cinétique au périhélie et à l'aphélie. En déduire l'expression de la vitesse v_C^A de la comète à l'aphélie. Calculer la valeur numérique de v_C^A.

1.5. Calculer le demi-grand axe a_C de l'orbite.

1.6. En vertu de la loi des aires, le rapport $\dfrac{T_0^2}{a_0^3}$ est constant (3ème loi de Kepler), T_0 étant la période orbitale et a_0 le demi-grand axe de la trajectoire elliptique. En se servant de la Terre, satellite du Soleil comme Hale Bopp, exprimer la période orbitale T_C de la comète Hale Bopp en fonction de a_C, a_T et T_T. a_T et T_T désignent respectivement le demi-grand axe et la période orbitale de la Terre autour du Soleil. La trajectoire de la Terre est quasiment circulaire de rayon d_{ST}. Prédire en quelle année la comète Hale Bopp reviendra à son périhélie nous rendre visite.

1.7. Exprimer l'énergie mécanique de la comète en fonction des paramètres au périhélie (l'énergie potentielle étant définie comme nulle à l'infini). En déduire qu'elle se met sous la forme : $E_m(C) = -\dfrac{1}{2}m_C\left(v_C^P\right)^2\left(\dfrac{1-e_C}{1+e_C}\right)$

Commenter le signe de l'énergie mécanique.

1.8. L'énergie mécanique de la comète vaut $E_m(C) = -4,49.10^{23}\,J$. Calculer la masse m_C de la comète. En considérant que la masse volumique des roches cométaire est très voisine de celle de l'eau et en faisant l'approximation d'une comète sphérique, calculer le rayon moyen R_C de cette comète.

2. Actions du Soleil sur les queues de la comète

On a pu constater que le nuage gazeux appelé queue, qui accompagne une comète est derrière la comète quand celle-ci s'approche du Soleil et devant quand elle s'en éloigne. On distingue deux queues : la queue courbe est due à la pression de radiation du Soleil sur les poussières neutres de la comète tandis que la queue droite est due au vent solaire et provient de l'interaction de celui-ci avec les ions de la comète. L'angle entre ces deux queues est dû à la spirale de Parker.

2.1. Vent solaire et la queue droite

C'est l'observation de la queue des comètes qui a fait suspecter que le Soleil

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1912 - Wadifa Info - page 3/7

pouvait émettre un flux continu de particules de grande énergie. Le physicien américain Eugène Newman Parker, en 1958, a le premier trouvé une explication possible de l'origine du vent solaire. En 1962 la sonde spatiale Mariner 2 en a apporté la preuve. Le vent solaire prend sa source dans la couronne solaire qui est "l'atmosphère" du Soleil (c'est l'interface entre le Soleil et le milieu interplanétaire). Sa vitesse est d'environ $300 km.s^{-1}$ à $800 km.s^{-1}$. Dans la suite, on modélise le vent solaire comme un plasma cinétique complètement ionisé constitué d'électrons et de protons.

On repère la position d'un proton de masse m_p par ses coordonnées sphériques ayant pour axe, l'axe de rotation du Soleil. On note r la distance du proton au centre du Soleil, θ la colatitude et φ la longitude. On désigne par $\left(\vec{e_r},\vec{e_\theta},\vec{e_\varphi}\right)$ la base associée à ce système de coordonnées. Le proton est soumis à l'action du champ magnétique $\vec{B}$ créé par le Soleil.

On note (R) le référentiel de Copernic supposé galiléen et centré sur le Soleil et (R') le référentiel attaché au Soleil en rotation en rotation avec le Soleil à la vitesse angulaire uniforme Ω_S par rapport à (R).

On suppose qu'au niveau de l'exobase (frontière située à la distance $r_0 = 5R_S$ du Soleil entre les deux régions, exosphère et barosphère, composant la couronne solaire, (figure 2)), le vent solaire est émis radialement dans le référentiel (R'). On appelle vitesse du vent solaire celle des protons. On suppose que cette vitesse dans (R') (notée $\left(\vec{v_{vs}}\right)_{(R')}$ et dont la norme est supposée constante) est toujours colinéaire au champ magnétique $\vec{B}$. On suppose qu'à l'instant initial $t=0$, $r=r_0$, $\varphi=0$ et $\left(\vec{v_{vs}}\right)_{(R')} = v_{vs}\vec{e_r}$. On prend $B_r = B_0$ lorsque $r=r_0$.

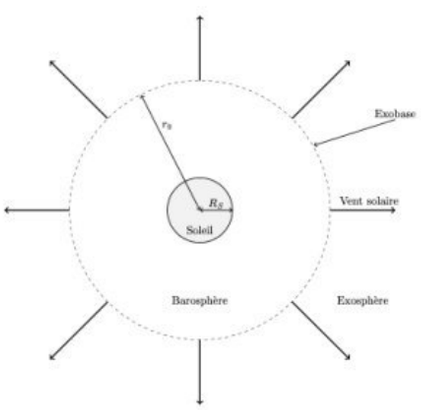

Figure 2 : Schéma modélisant le Soleil et la couronne solaire ($r_0 \approx 5R_S$).

2.1.1. Justifier que le référentiel (R') n'est pas galiléen.

2.1.2. Que vaut la force magnétique appliquée à un proton ?

2.1.3. Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à un proton dans le référentiel (R') et montrer que $\left(\frac{d\vec{v_{vs}}}{dt}\right)_{(R')} = -\vec{a_e} - \vec{a_C}$. $\vec{a_e}$ et $\vec{a_C}$ sont respectivement l'accélération d'entrainement et l'accélération de Coriolis.

2.1.4. Écrire la loi de composition des accélérations pour le proton.

2.1.5. Déduire du résultat des deux questions précédentes que la vitesse $\left(\vec{v_p}\right)_{(R)}$ du proton dans (R) est constante.

2.1.6. En écrivant la loi de composition des vitesses pour le proton à l'instant initial, montrer que la vitesse du proton $\left(\vec{v_p}\right)_{(R)}$ dans le référentiel (R) est donnée par : $\left(\vec{v_p}\right)_{(R)} = v_{vs}\vec{e_r} + \Omega_S r_0 \sin\theta \vec{e_\varphi}$.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1912 - Wadifa Info - page 4/7

2.1.7. Écrire la loi de composition des vitesses pour le proton à un instant quelconque et montrer que les composantes de la vitesse $\left(\overrightarrow{v_p}\right)_{(R')}$ du proton dans le référentiel (R') sont données par : $v_r' = v_{vs}$, $v_\theta' = 0$ et $v_\varphi' = (r_0 - r)\Omega_S \sin\theta$.

2.1.8. En déduire que la trajectoire est contenue dans un plan $\theta = Cste$.

2.1.9. Montrer que $\varphi(r) = \frac{\Omega_S r_0}{v_{vs}}\left(1 + \ln\frac{r}{r_0} - \frac{r}{r_0}\right)$. On considère que $\varphi(r = r_0) = 0$.

On cherche les composantes du champ magnétique sous la forme :

$$\overrightarrow{B}(r,\theta) = B_r(r)\overrightarrow{e_r} + B_\varphi(r,\theta)\overrightarrow{e_\varphi}$$

2.1.10. À partir de la forme locale de la conservation du flux magnétique déterminer l'expression de $B_r(r)$.

2.1.11. En écrivant que la vitesse du proton dans le référentiel (R') est toujours colinéaire au champ magnétique, montrer que $v_{vs}B_\varphi = B_r\Omega_S(r_0 - r)\sin\theta$.

2.1.12. En déduire la norme du champ magnétique. Commenter sa direction au niveau de l'exobase.

2.1.13. Déterminer l'équation des lignes de champ magnétique définies par $d\overrightarrow{SM} \wedge \overrightarrow{B} = \vec{0}$. Commenter.

2.1.14. Tracer l'allure des lignes du champ magnétique dans le plan $\theta = \frac{\pi}{2}$ puis pour $\theta = \frac{\pi}{4}$.

2.1.15. Sachant que $B(r = d_{ST}) = 7{,}0.10^{-9}T$ et en prenant l'expression de $\varphi(r)$ ci-dessus, calculer la valeur du champ magnétique B_0 au niveau de l'exobase pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ et celle de l'angle φ que fait la spirale de Parker formée par les lignes du champ magnétique au niveau de la Terre par rapport au rayon vecteur. On prend $v_{SN} = 400 km.s^{-1}$.

2.2. La pression de radiation et la queue courbe

La queue courbée de la comète est constituée par de petites particules, supposées parfaitement réfléchissantes, assimilées à des sphères homogènes de rayon b et de masse volumique μ. Une particule sphérique située dans l'espace interstellaire (assimilé au vide) à la distance r du Soleil reçoit de la part de cette étoile une énergie. Afin de simplifier les calculs, on modélise la particule par son disque équivalent de rayon b, supposé conducteur parfait (Figure 3).

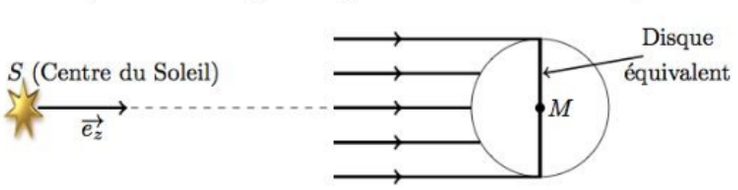

Figure 3 : pression de radiation

2.2.1. Rappeler l'énergie W et la quantité de mouvement p d'un photon de fréquence ν.

2.2.2. Exprimer la densité particulaire n^* de photons à l'onde incidente en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique $< u_{em} >$, h et ν.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1912 - Wadifa Info - page 5/7

On modélise la réflexion en considérant que chaque photon incident arrivant normalement sur une surface dS du disque équivalent subit un choc élastique et possède après ce dernier une quantité de mouvement opposée.

2.2.3. Déterminer la variation de quantité de mouvement $\Delta\overrightarrow{p_p}$ d'un photon au moment du choc sur le disque.

2.2.4. En déduire la quantité de mouvement $\Delta\overrightarrow{p_c}$ transférée par le photon au disque.

2.2.5. Établir l'expression de la quantité de mouvement $d\vec{p}$ transférée au disque par l'ensemble des photons arrivant en un temps dt sur un élément du disque d'aire dS.

2.2.6. Exprimer la force $\vec{F}$ exercée par l'ensemble des photons sur la surface élémentaire dS correspondant au transfert de quantité de mouvement $d\vec{p}$.

2.2.7. Montrer que la pression de radiation s'écrit sous la forme : $P_{rad} = 2 < u_{em} >$.

On tient compte maintenant de la géométrie sphérique de la particule. On généralise l'expression précédente dans le cas d'une incidence oblique d'angle θ par rapport à la normale par : $P_{rad} = 2 < u_{em} > \cos^2\theta$. On se propose d'appliquer ce résultat à la lévitation, par le rayonnement solaire, de la particule sphérique parfaitement réfléchissante de la queue de la comète.

2.2.8. Montrer que la force $\overrightarrow{F'}$ exercée par le rayonnement solaire sur la particule a pour expression : $\overrightarrow{F'} = \pi b^2 < u_{em} > \overrightarrow{e_z}$.

On souhaite exprimer la force $\overrightarrow{F'}$ en fonction de la puissance P_S émise par le Soleil. On considère que toute la puissance électromagnétique P reçue par la particule est absorbée par celle-ci et que la force moyenne $\overrightarrow{F'}$ exercée par le rayonnement solaire est donnée par $\overrightarrow{F'} = \frac{P}{c}\overrightarrow{e_z}$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

2.2.9. On suppose que la puissance émise par le Soleil se répartit de façon isotrope sur une sphère de rayon r et on admet que la particule intercepte cette sphère sur la section efficace πb^2. Exprimer la puissance P captée par la bille en fonction de P_S, b et r.

2.2.10. En déduire l'expression de la force $\overrightarrow{F'}$ en fonction de P_S, c, b et r.

2.2.11. Exprimer la force de gravitation $\overrightarrow{F_g}$ exercée par le Soleil sur la particule.

2.2.12. Exprimer la taille limite b_0 de la particule pour que la force de radiation due au rayonnement solaire soit égale à la force de gravitation.

2.2.13. Calculer b_0. On donne $\mu = 3.10^3 kg.m^{-3}$ et la puissance rayonnée par le Soleil $P_S = 4.10^{26} W$. Justifier l'appellation de queue poussiéreuse ainsi que son allure courbée.

2.2.14. Comment expliquer que les particules restent dans le sillage de la comète ?

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1912 - Wadifa Info - page 6/7

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج سلك التكوين الأساسي - المدرسة الوطنية العليا للإدارة - دورة 26 نونبر 2016 -

Modèle de concours d'accès au cycle de formation initiale – École Nationale Supérieure de l'Administration – 26 novembre

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/640

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me