

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.
- Tous les résultats numériques seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs compatibles avec les données fournies.

Le sujet de cette épreuve est constitué de deux parties indépendantes : la première partie est notée sur **4 points**, la deuxième sur **16 points**.

Partie 1

Approche énergétique de l'effet de peau

Le demi-espace $z \geq 0$ est occupé par un milieu conducteur métallique ohmique de conductivité γ . La surface du conducteur, supposée plane et d'extension infinie, coïncide avec le plan (Oxy) et est surmontée par l'air assimilé au vide. Dans ce conducteur règne le champ électrique $\vec{E} = E_0 e^{-\alpha z} \exp(i(\omega t - \alpha z)) \vec{e}_x$. On note ϵ_0 et μ_0 respectivement la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide. On donne :

- Équations de Maxwell dans le conducteur assimilé au vide :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

- Loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$.

- Exprimer le champ magnétique $\vec{B}$ associé à l'onde électromagnétique représentée par le champ $\vec{E}$.
- On définit le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ par $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$. Exprimer $\vec{\Pi}$. En déduire sa moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi} \rangle$.
- On considère un cylindre d'axe $\vec{e}_z$, de section droite S et situé entre z (face d'entrée) et $z+dz$ (face de sortie).
 - Exprimer la puissance moyenne $\langle P_e(z) \rangle$ entrant par la face située en z et la puissance moyenne $\langle P_e(z+dz) \rangle$ sortant par la face en $z+dz$.
 - Exprimer la puissance volumique moyenne dissipée par effet Joule dans la tranche de volume Sdz .

- 3.3.** En écrivant que la puissance moyenne entrant dans le conducteur mais n'en sortant pas est cédée au conducteur, déduire la distance δ sur laquelle pénètre l'onde avant d'être atténuée. On exprimera δ en fonction de α puis de μ_0 , γ et ω .
- 3.4.** Commenter la dépendance de δ en fonction de γ et ω .

Partie 2

Le dioxyde de carbone

Le dioxyde de carbone est le principal gaz associé à l'activité humaine. Il est l'une des causes principales du réchauffement climatique. Afin de réduire les émissions de dioxyde de carbone CO_2 , plusieurs voies d'action se dégagent : la maîtrise de la consommation d'énergie, le développement de technologies ne produisant pas, ou très peu, de gaz à effet de serre, le captage et le stockage géologique du CO_2 ...

Cette partie a pour but d'étudier quelques propriétés et utilisations du CO_2 .

Données relatives au CO_2 :

- Masse molaire : $M(CO_2) = 44.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$.
- Volume massique de la vapeur saturante à 0°C : $v_{m,V} = 0,0104 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$.
- Masse volumique du liquide de saturation à 0°C : $\rho_L = 912 \text{ kg.m}^{-3}$.
- Chaleur latente massique de vaporisation : $l_v = 232 \text{ kJ.kg}^{-1}$ à 0°C .
- La vapeur de CO_2 sèche est assimilée au gaz parfait de constante $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

1. Diagramme d'état du dioxyde de carbone

La figure 1 représente le diagramme pression-température (P,T) du dioxyde de carbone.

- 1.1.** Identifier les points particuliers M_1 et M_2 du diagramme (P,T) du dioxyde de carbone, les courbes C_1 , C_2 et C_3 et l'état physique dans lequel se trouve ce dernier dans les zones : E_1 , E_2 , E_3 et E_4 .
- 1.2.** On se place à la pression $P_i = 1,0 \text{ bar}$ et dans l'état CO_2 gazeux. Quelle est la plage de température correspondant à ces contraintes ?
- 1.3.** Le dioxyde de carbone est pris initialement dans les conditions suivantes : $P_i = 1,0 \text{ bar}$ et $T_i = -73^\circ\text{C}$.

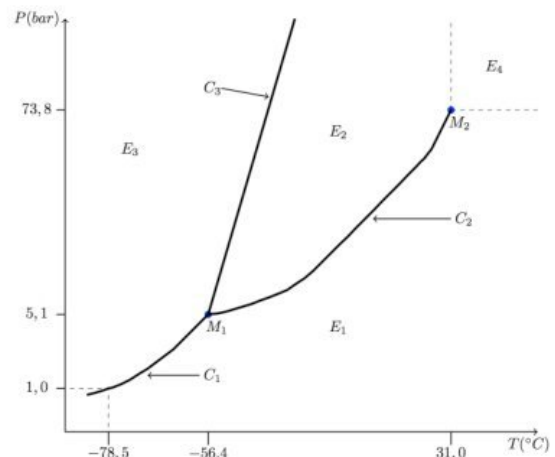


Figure 1 : Diagramme d'état du CO_2

- 1.3.1.** Dans quel état se trouve le dioxyde de carbone ? Décrire les phénomènes observés lors d'un refroidissement à pression fixée, amenant le CO_2 à la température finale $T_f = 150\text{K}$.
- 1.3.2.** Tracer la courbe d'analyse thermique, graphe représentant la température de CO_2 en fonctions du temps, lors de ce refroidissement à pression constante.
- 1.4.** La figure 2 représente le diagramme de Clapeyron du dioxyde de carbone en échelle logarithmique. Reproduire ce diagramme sur votre copie et tracer l'allure des isothermes $T_0 = 260\text{K}$, $T_1 = 290\text{K}$ et $T_2 = 304\text{K}$. Compléter ce diagramme en précisant les domaines correspondant au CO_2 liquide, gazeux, diphasé et supercritique.

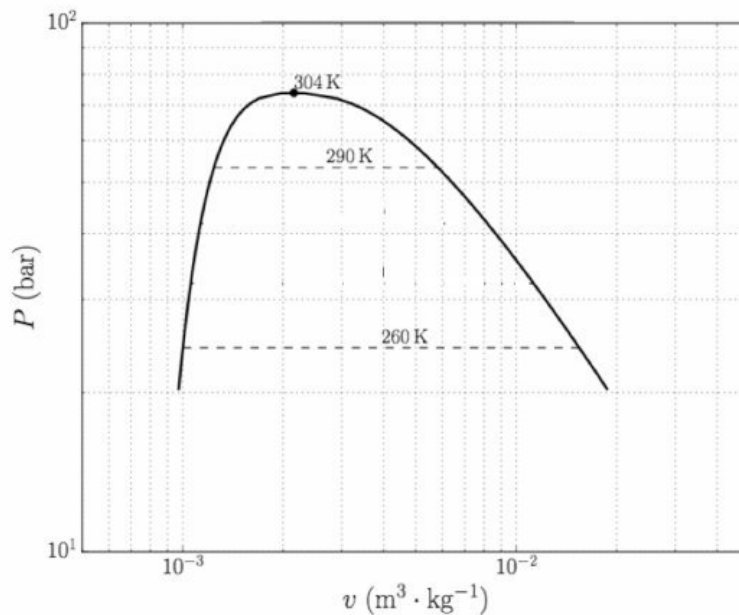


Figure 2

2. Stockage du dioxyde de carbone

On souhaite stocker une masse m de dioxyde de carbone dans un ballon modélisé par une cuve fermée supposée initialement vide, indéformable et de volume V_0 à la température $T_0 = 260\text{K}$. La cuve est prévue pour résister jusqu'à une pression $P_{\max} = 50\text{bar}$.

- 2.1.** En utilisant le diagramme de Clapeyron de la figure 2, déterminer la valeur de la pression de vapeur saturante à la température $T_0 = 260\text{K}$.
- 2.2.** Déterminer de même les volumes massiques du liquide saturant v_l et de la vapeur saturante v_v à cette température.
- 2.3.** Suite à un échauffement accidentel, le dioxyde de carbone subit une élévation de la température de $T_0 = 260\text{K}$ à $T_1 = 290\text{K}$.
- 2.3.1.** Expliquer comment choisir le volume V_0 pour que la cuve n'explose pas.
- 2.3.2.** En déduire le titre massique initial en vapeur limite pour éviter l'explosion.
- 2.3.3.** Dans quel état se trouve le CO_2 après cet échauffement ?

- 2.4.** Lorsqu'on stocke un fluide, est-il préférable que le volumique massique v soit supérieur ou inférieur au volume massique critique v_c pour éviter une explosion ?

3. Le dioxyde de carbone, gaz réel

On considère une mole de dioxyde de carbone gazeux de volume molaire V_m sous la pression P et à la température T et obéissant à l'équation de Van Der Waals :

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$

où a , b et R sont des constantes.

- 3.1.** Rappeler deux hypothèses, une microscopique et une macroscopique, du modèle de gaz parfait.
- 3.2.** Préciser les unités de a et b . Quelle différence y a-t-il entre a et b d'une part et R de l'autre ?
- 3.3.** Dans le cas où $a=0$, comparer le comportement d'un gaz de Van Der Waals à celui d'un gaz parfait. Quel sens physique donner à b ?
- 3.4.** Dans le cas où $b=0$, comparer le comportement d'un gaz de Van Der Waals à celui d'un gaz parfait. Interpréter ce comportement en introduisant une interaction entre les particules, et en s'intéressant au choc entre une particule et une paroi.
- 3.5.** En assimilant les molécules du gaz à des sphères de rayon r , exprimer r en fonction de b et de la constante d'Avogadro N_A . Calculer la valeur de r . Commenter.
- 3.6.** On admet que l'énergie interne molaire associée à ce modèle s'écrit :

$$U_m = U_{0m} + C_{vm}T - \frac{a}{V_m}$$

- 3.6.1.** Exprimer l'énergie interne $U(T,V)$ pour n mole.
- 3.6.2.** Interpréter l'existence et la forme du terme ajouté dans cette équation.
- 3.6.3.** Par continuité avec le modèle du gaz parfait, quelle doit être la valeur de C_{vm} ?

4. Transition critique du dioxyde de carbone

Le schéma de la figure 3 donne l'évolution de l'enthalpie de vaporisation $l_v(\theta)$ de CO_2 en fonction de la température θ . Le changement d'état au point M_2 (figure 1) se fait sans variation d'enthalpie, $l_v(T_{M_2})=0$. On

rappelle la relation de Clapeyron pour le changement phase $\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$ d'un corps pur :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{1}{T} \frac{l(T)}{v_{\varphi_2} - v_{\varphi_1}}$$

- 4.1.** La courbe $l_v(\theta)$ présente une tangente verticale au point M_2 ; justifier cette propriété.

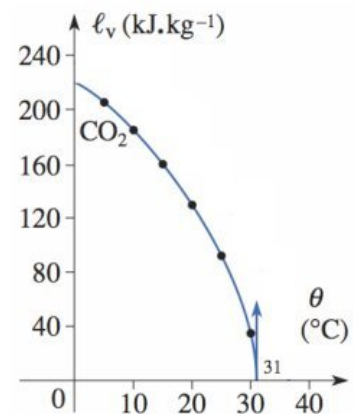


Figure 3 : Transition critique

4.2. Au voisinage du point M_2 , on adopte une loi empirique :

$$l_v(\theta) = l_0 \sqrt{\theta_0 - \theta}.$$

4.2.1. Déterminer θ_0 et le signe de l_0 .

4.2.2. Calculer numériquement l_0 et θ_0 .

5. Utilisation du CO_2 comme fluide frigorigène

Du fait des contraintes environnementales, de plus en plus lourdes, les frigoristes ont suscité de nombreuses études récentes sur le CO_2 qu'ils souhaitent voir réemployer. En effet, le CO_2 (R744) est un fluide frigorigène dont les caractéristiques thermodynamiques sont excellentes et permettent d'envisager un bel avenir pour ce fluide, malgré les pressions de service beaucoup plus élevées que celles des HFC qui peuvent poser des problèmes de sécurité.

On s'intéresse à un cycle réfrigérant décrit par une masse $m = 1\text{kg}$ de CO_2 dans une machine thermique ditherme. Les différentes étapes du cycle, supposé réversible, sont données dans le désordre :

- A : Le fluide est mis en contact thermique isobare avec la source chaude de température T_C . Le transfert thermique massique associé à ce contact est q_C . À l'issue de ce contact thermique, le fluide est à la température T_C .
- B : Le fluide est mis en contact thermique isobare avec la source froide de température T_F . Le transfert thermique massique associé à ce contact est q_F . À l'issue de ce contact thermique, le fluide est à la température T_F .
- C : Le fluide passe dans le compresseur adiabatique qui lui fournit un travail massique w_{comp} .
- D : Le fluide traverse un détendeur adiabatique à parois rigides.

Le diagramme (P, h) des frigoristes du CO_2 représenté figure 5 donne la pression P en fonction de l'enthalpie massique h . Il correspond au dioxyde de carbone pouvant être liquide, gazeux ou à l'équilibre entre les deux phases. Il comporte les isothermes (température allant de -50 à 170°C), les courbes isentropiques (entropie massique s allant de 1300 à $2600\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$), les courbes isotitres dans la zone diphasée (valeurs de $0,1$ en $0,1$) et les courbes d'égal volume massique (allant de $1,5$ à $100\text{dm}^3.\text{kg}^{-1}$).

Le cycle décrit ci-dessus est représenté sur le digramme de la figure 5. Il est décrit dans l'ordre $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.

On rappelle l'expression du premier principe pour un fluide en écoulement stationnaire : $\Delta(h + e_c + e_p) = w_u + q_{th}$, où h est l'enthalpie massique, e_c l'énergie cinétique massique et e_p l'énergie potentielle massique du fluide, w_u le travail mécanique utile qu'il reçoit et q_{th} l'énergie thermique reçue.

On néglige au cours des différentes étapes les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle macroscopiques.

5.1. À l'aide d'un schéma, expliquer le fonctionnement d'une machine frigorifique. Définir l'efficacité e de cette machine.

- 5.2.** Justifier que l'étape *D* correspondant à la traversée du détendeur est une détente isenthalpique du fluide (détente de Joule – Kelvin).
- 5.3.** Reprendre le diagramme de la figure 4 et compléter le en indiquant par les lettres *A*, *B*, *C* et *D* les parties du cycle associées à ces étapes et en plaçant les points correspondants aux états 1, 2, 3 et 4.
- 5.4.** Dans un tableau, indiquer, lorsque c'est possible, les valeurs de P , T , h et s pour les points 1, 2, 3 et 4.
- 5.5.** Identifier au cours de quelles transformations se font les échanges thermiques avec la source chaude et la source froide.
- 5.6.** Que valent la température T_c de la source chaude, la température T_f de la source froide et la température T_A à l'état de départ *A* ?
- 5.7.** Donner l'allure du cycle sur un diagramme (p, V) faisant apparaître la courbe de saturation de CO_2 . Préciser le sens dans lequel le cycle est parcouru. Justifier l'allure des courbes isothermes en utilisant les cas limites.
- 5.8.** Calculer les chaleurs q_f et q_c échangées respectivement avec la source froide et la source chaude.
- 5.9.** Calculer le travail w_{comp} reçu par le fluide frigorigène.
- 5.10.** Dire, en justifiant, si la machine décrite fonctionne en moteur ou en pompe à chaleur.
- 5.11.** Calculer l'efficacité e du cycle et la comparer avec celle (e_c) du cycle de Carnot. Expliquer comment améliorer e .
- 5.12.** Expliquer comment on peut, sur le diagramme de la figure 5, évaluer l'efficacité du cycle (indiquer le principe sans chercher à effectuer de calcul).
- 5.13.** Calculer la valeur de l'entropie $s_{crée}$ créée par unité de masse parcourant le cycle.

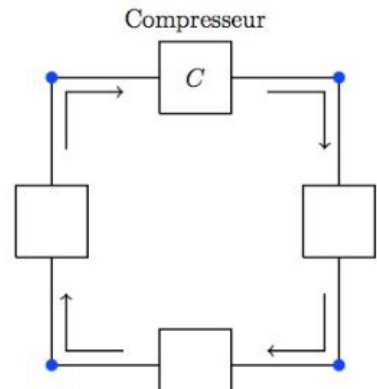


Figure 4 :

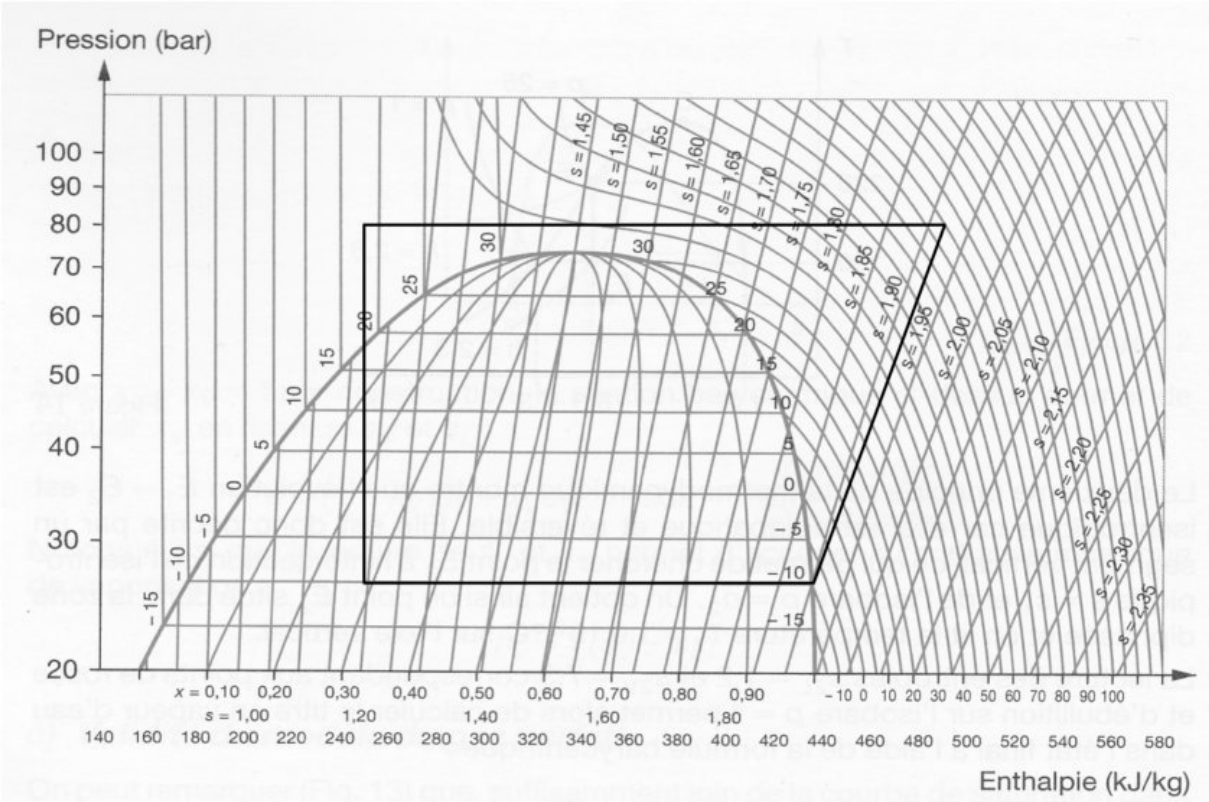


Figure 5 : Diagramme (P,h) des frigorigènes du CO_2