

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exemples de l'électricité dans notre entourage

Notre mode de vie actuel est fortement tributaire de l'utilisation du courant électrique. Pour subvenir à nos besoins, d'autres formes d'énergie (mécanique, chimique, nucléaire, etc.) sont converties en énergie électrique. L'électricité est présente dans tout les aspects de notre quotidien : appareils électroménagers, moyens de transports, moyens de communications, etc. La mesure et le traitement d'autres grandeurs physiques se base sur des capteurs de ces grandeurs qui les convertissent en signaux électriques : capteurs de température, de pression, d'éclairage, etc.

Données :

- Masse de l'électron $m = 9.10^{-31} \text{ kg}$.
- Charge de l'électron $q = -e = -1,6.10^{-19} \text{ C}$.
- Vitesse de la lumière : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
- Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$.
- A une grandeur sinusoïdale $f(t) = F_0 \cos(\omega t + \varphi)$, on associe le complexe souligné $\underline{f}(t) = F_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$, avec $i^2 = -1$ et tel que $f(t) = \text{Re}(\underline{f}(t))$; le conjugué de $\underline{f}$ sera noté $\underline{f}^*$.
- Pour un vecteur $\vec{V}$, $\text{div}(\text{rot } \vec{V}) = 0$.

I Généralités

Un générateur électrique crée un champ électrique $\vec{E}$, supposé uniforme, dans un conducteur métallique cylindrique (C) d'axe $X'X$ de longueur $AB = L$, de section S . Les porteurs de charges libres, de charge q , de densité volumique n , sont supposés avoir le même vecteur vitesse $\vec{v}$ par rapport au conducteur : c'est le courant électrique. Voir figure 1.

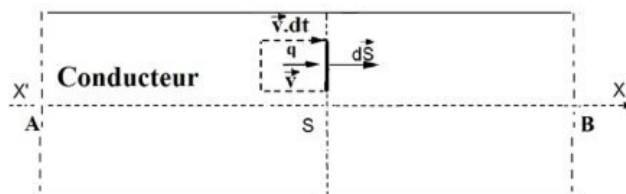


Figure 1 – Conducteur parcouru par un courant électrique

I.1. Questions de cours sur les courants électriques

I.1.1. Exprimer la densité volumique des charges mobiles $\rho(M)$ en un point M du conducteur.

I.1.2. Donner l'expression de la charge d^3Q contenue dans le volume élémentaire $dv = \vec{\nu} \cdot d\vec{S} \cdot dt$.

Le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}(M)$ est défini par : $d^3Q = \vec{j}(M) \cdot d\vec{S} \cdot dt$

I.1.3. Donner l'expression de $\vec{j}(M)$

I.1.4. En déduire l'intensité I du courant dans le conducteur.

I.2. Bilan de la charge électrique en régime variable

On se propose d'établir le bilan local, unidirectionnel selon $X'X$, de la conservation de la charge.

On raisonne sur la tranche de conducteur, de section S , comprise entre x et $x+dx$.

I.2.1. Donner l'expression de la charge dQ_{surf} reçue grâce aux échanges surfaciques, en x et en $x+dx$, pendant une durée élémentaire dt .

I.2.2. Exprimer la variation de la charge au sein de la tranche en fonction de $\rho(x, t)$.

I.2.3. En déduire l'expression du bilan local de charge à une dimension, puis faire la généralisation à trois dimensions.

I.2.4. Retrouver ce bilan en partant de deux relations de Maxwell dans la matière.

I.2.5. On se place en régime permanent

I.2.5.1. Comment se simplifie l'équation locale de la charge ? En déduire une relation intégrale vérifiée par $\vec{j}$

I.2.5.2. Donner l'expression de la loi des nœuds en un nœud N . En vous aidant d'un schéma, expliquer comment on déduit cette loi à partir du bilan de la charge ?

I.3. Sensibilité du pont de Wheatstone

Le montage pont de Wheatstone permet la mesure d'une résistance (ou d'une impédance). Il est formé d'un générateur de force électromotrice f.é.m V_e et des résistances R_1, R_2 connues, de R_3 : variable, et de la résistance à mesurer R_4 . On fait varier R_3 et on s'intéresse à la tension, entre les points B et D, $V_s = V_D - V_B$: voir figure 2.

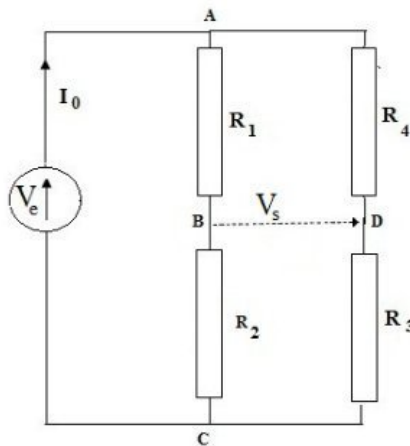


Figure 2 – Principe du pont de Wheatstone

I.3.1. A l'aide des lois des nœuds et des mailles, exprimer la tension V_s en fonction de la tension V_e et des quatre résistances R_i avec $1 \leq i \leq 4$.

I.3.2. On dit que le pont est équilibré lorsque $V_s = 0$. Déterminer, alors, la relation vérifiée par les quatre résistances.

On suppose que cette condition est réalisée dans la suite.

On suppose que chacune des quatre résistances R_i peut varier de dR_i .

- I.3.3. Montrer que les variations de chacune des résistances R_1 ou R_2 induisent des variations de V_s en sens contraires.
- I.3.4. Qu'en est-il des variations de chacune des résistances R_3 et R_4 ? Justifier.
- I.3.5. On pose $x = \frac{R_1}{R_2}$. Montrer qu'à l'ordre 1, on peut écrire : $dV_s = V_e.s.(\frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dR_3}{R_3} - \frac{dR_4}{R_4})$ et donner l'expression de s en fonction de x .
- I.3.6. La fonction $s(x)$ est appelée sensibilité du pont. Étudier les variations de $s(x)$ et déterminer la valeur x_0 correspondant au maximum de la sensibilité s_{max} .
- I.3.7. Quelle est alors la relation entre les quatre résistances à l'équilibre du pont?
Dans la suite, on travaille avec cette hypothèse de sensibilité maximale.
- I.3.8. A partir de l'équilibre, on suppose que seule la résistance R_1 varie légèrement et devient : $R'_1 = R_1 + \Delta R$ avec $R_1 \gg \Delta R$.
Donner alors l'expression de la tension V_s à l'ordre 1.
- I.3.9. Que devient cette expression si on suppose également que R_2 varie légèrement, mais devient : $R'_2 = R_2 - \Delta R$ avec $R_2 \gg \Delta R$? Commenter.

II Étude d'un capteur d'éclairement maximal

II.1. Préliminaire : énergie électromagnétique solaire

Les panneaux solaires utilisent l'énergie lumineuse transportée par le rayonnement solaire. Considérons une radiation solaire incidente monochromatique caractérisée par son champ électrique $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \cdot \vec{u}_x$.

- II.1.1. Justifier avec des ordres de grandeur que les rayons solaires arrivent sur le sol terrestre presque parallèles.
- II.1.2. Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$.
- II.1.3. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(M, t)$, et celle de sa valeur moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi} \rangle$.
- II.1.4. L'amplitude du champ électrique mesurée au niveau du sol est $E_0 = 8,68 \cdot 10^2 \text{ V.m}^{-1}$, déterminer la valeur de la puissance (ou flux) surfacique moyenne reçue φ_0 .

On suppose que le soleil décrit, par rapport au sol, un mouvement, apparent, circulaire uniforme de période T ; à la mi-journée le flux surfacique est maximal φ_{max} et cet instant est noté $t = t_0$.

- II.1.5. A un instant t d'une journée ensoleillée, exprimer le flux surfacique reçu sur le sol $\varphi(t)$.
- II.1.6. Lors d'une journée ensoleillée, entre les instants $t_0 - \alpha \cdot T$ et $t_0 + \alpha \cdot T$, déterminer l'énergie E_s surfacique reçue par le sol.
- II.1.7. Exprimer la grandeur $\eta = \frac{E_s}{2 \cdot \varphi_{max} \cdot \alpha \cdot T}$, donner son sens physique et faire l'application numérique pour $\alpha = \frac{1}{4}$. Comment doit-on, alors, s'arranger pour recevoir une puissance maximale par un panneau solaire?
- II.1.8. La puissance surfacique moyenne φ_{max} varie-t-elle durant l'année? Expliquer.

II.2. Étude d'un suiveur du soleil

On étudie ici un dispositif "suiveur du soleil", noté (SS), coplanaire et solidaire d'un panneau solaire. Lors d'une journée, ce dispositif capte le rayonnement solaire grâce à quatre photorésistances (Light dependant Resistor : LDR) et actionne un moteur lui permettant de tourner entre l'est et l'ouest de telle sorte à recevoir, lui et donc le panneau solaire, le maximum d'éclairement.

La valeur de la résistance de chacune des quatre photorésistances du dispositif (SS), dépend de l'éclairement φ qu'elle reçoit : $R(\varphi)$. Dans notre cas : en plein éclairement $R(\varphi_{max}) = 300\Omega$ et à l'ombre $R(\varphi_{min}) = 100k\Omega$. Le dispositif (SS) comporte un écran vertical opaque (P), orthogonal au plan des quatre photorésistances : voir figure 3.

II.2.1. En considérant les figures 3(b) et 3(c), indiquer celle pour laquelle on a $R_{O1} = R_{E1}$. Justifier.

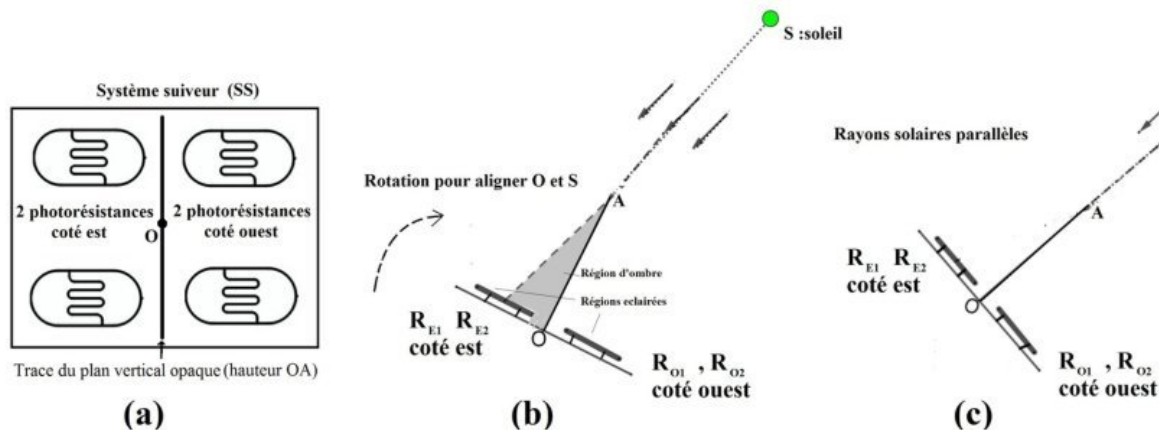


Figure 3

II.2.2. On considère la figure 4, et on donne $h = BA = 46mm$ et $d = CB = 2mm$. La bonne orientation du suiveur (SS) est repérée par l'angle $\theta \pm \Delta\theta$, calculer la grandeur de précision $\Delta\theta$.

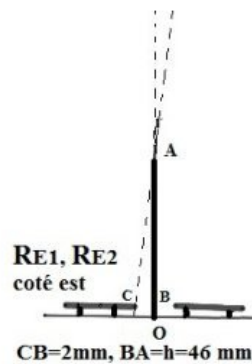


Figure 4

II.2.3. Montage pont de Wheatstone détecteur d'éclairement maximal

Ce montage est formé d'un générateur de tension de f.é.m $V_e = 15V$ et de quatre photorésistances de résistances : R_{O1}, R_{O2}, R_{E1} , et R_{E2} , et on a toujours : $R_{E1} = R_{E2}$ et $R_{O1} = R_{O2}$.

On s'intéresse à la différence de potentiel entre les points E et O : $V_S = V_E - V_O$; voir figure 5.

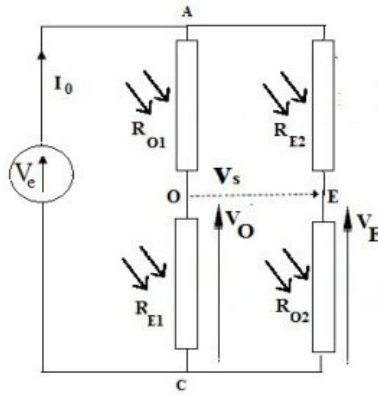
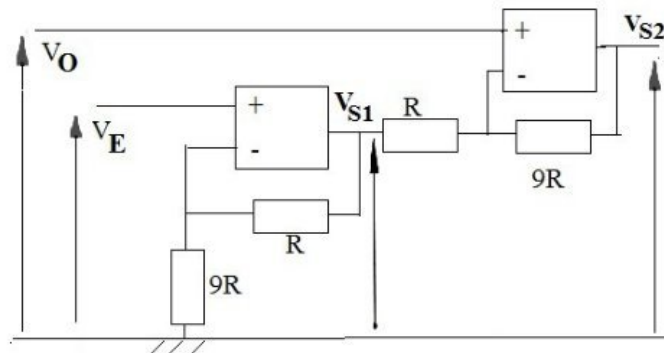


Figure 5 – Principe du pont de Wheatstone

- II.2.3.1. Exprimer la tension V_S en fonction de V_e , R_{O1} , R_{O2} , R_{E1} et R_{E2} .
- II.2.3.2. On dit que le pont est équilibré lorsque $V_S = 0$. Déterminer, alors, la relation vérifiée par les résistances.
- II.2.3.3. Discuter et commenter le signe de V_S , selon l'orientation du dispositif (SS). Que signifie le cas $V_S = 0$?
- II.2.3.4. Les deux signaux $V_E(t)$ à $V_O(t)$ sont appliqués au montage de la figure 6. Les deux amplificateurs opérationnels sont supposés idéaux.

Figure 6 – Obtention du signal $V_{S2}(t)$ à appliquer au moteur

Déterminer les expressions de $V_{S1}(t)$ et de $V_{S2}(t)$.

En déduire la fonction de ce montage. Le signal $V_{S2}(t)$ est appliqué sur le moteur qui fait tourner le dispositif suiveur-panneau.

III Étude d'un capteur de déplacement

III.1. Expression de la capacité d'un condensateur plan

Ce condensateur est formé de deux armatures conductrices planes $(P_1)(z = 0)$ et $(P_2)(z = e)$ orthogonales à l'axe OZ. Les deux armatures carrées, chacune de surface $S = l^2$ sont séparées par une distance e occupée par un diélectrique de permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0$ (le vide).

Les deux armatures (P_1) et (P_2) portent les charges électriques respectives Q_1 et $Q_2 = -Q_1$. Dans toute la suite, on néglige les effets de bord : $e \ll l$.

- III.1.1. A l'aide de considérations d'invariance(s) et de symétrie(s), donner la forme du champ électrique en un point $M(x, y, z)$ entre les armatures : $\vec{E}(M)$
- III.1.2. Déterminer l'expression du vecteur champ électrique en fonction des données.
- III.1.3. En déduire l'expression de la différence de potentiel $V = V_{P_1} - V_{P_2}$.
- III.1.4. Définir, puis déterminer l'expression de la capacité C de ce condensateur.

III.2. Capteur de déplacements

Un dispositif permet de capter des déplacements grâce à un noyau d'un matériau diélectrique de permittivité $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$. Ce noyau parallélépipédique de côté l coulisse, selon $X'X$, à l'intérieur de deux condensateurs juxtaposés identiques à celui étudié ci-dessus : voir figure 7.

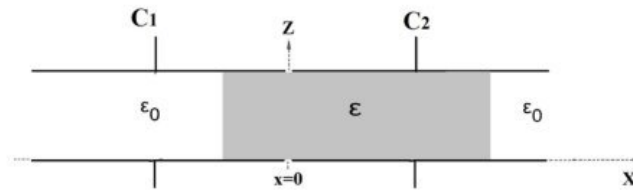


Figure 7 – Les deux condensateurs partiellement occupés par un diélectrique

- III.2.1. Initialement, le centre de ce noyau se trouve en $x = 0$. Déterminer alors la valeur commune de la capacité de deux condensateurs : $C_0 = C_1(x = 0) = C_2(x = 0)$.
- III.2.2. Lorsque le noyau est déplacé de x de sa position d'origine, déterminer les expressions des nouvelles capacités $C_1(x) = C_0 + \delta C_1(x)$ et $C_2(x) = C_0 + \delta C_2(x)$. Expliciter les variations $\delta C_1(x)$ et $\delta C_2(x)$.

En régime sinusoïdal de pulsation ω , on considère un montage en pont de Wheatstone formé d'un générateur de tension $v_e(t)$, de deux résistors identiques de résistance R , et des deux condensateurs précédents. Voir figure 8.

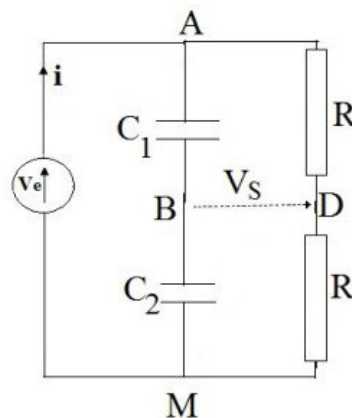


Figure 8 – Pont de Wheatstone en alternatif

- III.2.3. Exprimer la tension différentielle $v_s(t) = v_D - v_B$ en fonction des données.

III.2.4. En déduire la condition d'équilibre pour laquelle $V_s = 0$.

Les signaux prélevés sur le pont de Wheatstone, sont appliqués au montage de la figure 9. Les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits.

III.2.5. Exprimer la tension de sortie finale $v_{s3}(t)$ en fonction de la tension $v_s(t)$. Quel est l'intérêt de ce montage ? On prendra $R_3 = R_4$.

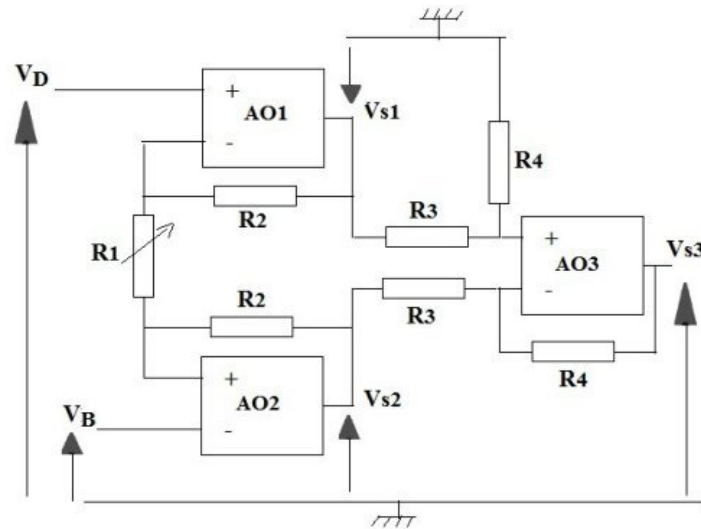


Figure 9 – Amplificateur d'instrumentation