ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur,
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
Ecole Supérieure des Industries du Textile et de l'Habillement
ESITH

# Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées Session 2010

## ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière **PSI**

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 7 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1876 - Wadifa Info - page 1/9

**L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages.**
**L'usage de la calculatrice est autorisé.**

*On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les* références *des questions abordées.*

# Étude de la conversion de l'énergie éolienne

Dans le cadre du développement durable, on s'intéresse à la création de petites unités de production électrique à partir d'énergies renouvelables. On se propose ici d'étudier quelques dispositifs d'une éolienne de petite ou moyenne puissance, destinée à alimenter des sites isolés. Le problème est composé de trois parties.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité dans le système international des unités (SI).

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

## 1ère partie
## Transfert de puissance de l'air à l'éolienne

On s'intéresse dans cette partie au modèle d'écoulement axial de l'air autour de l'hélice d'une éolienne, située en $z = 0$ (voir figure 1), en faisant les hypothèses suivantes :

- L'air est considéré comme un fluide parfait, homogène et incompressible de masse volumique $\mu$, en écoulement dans un référentiel $\mathcal{R}$ lié au sol et supposé galiléen.
- On suppose l'écoulement de l'air stationnaire et à symétrie de révolution autour de l'axe de rotation de l'hélice. La vitesse est supposée uniforme sur une section droite du tube de courant.
- La pression garde la même valeur sur une section droite du tube de courant. A grande distance de l'hélice, la pression est uniforme et égale à la pression atmosphérique notée $p_0$.
- Les sections $S_A$ et $S_B$ du tube de courant au niveau de l'hélice sont égales à $S$ ($S_A \simeq S_B \simeq S$). On note $p_A$ la pression sur $S_A$ et $p_B$ sur $S_B$.
- l'écoulement étant turbulent au niveau de l'hélice, on admet pour simplifier que la vitesse $\vec{v}$ de l'air est la même entre $S_A$ et $S_B$.

### 1.1. Étude préliminaire de l'écoulement

**1.1.1.** Définir le débit massique et le débit volumique d'un fluide à travers une surface $\Sigma$.

**1.1.2.** Rappeler la loi de conservation de la masse sous sa forme locale et sous sa forme intégrale dans un volume $V$ limité par une surface $\Sigma$.



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1876 - Wadifa Info - page 2/9

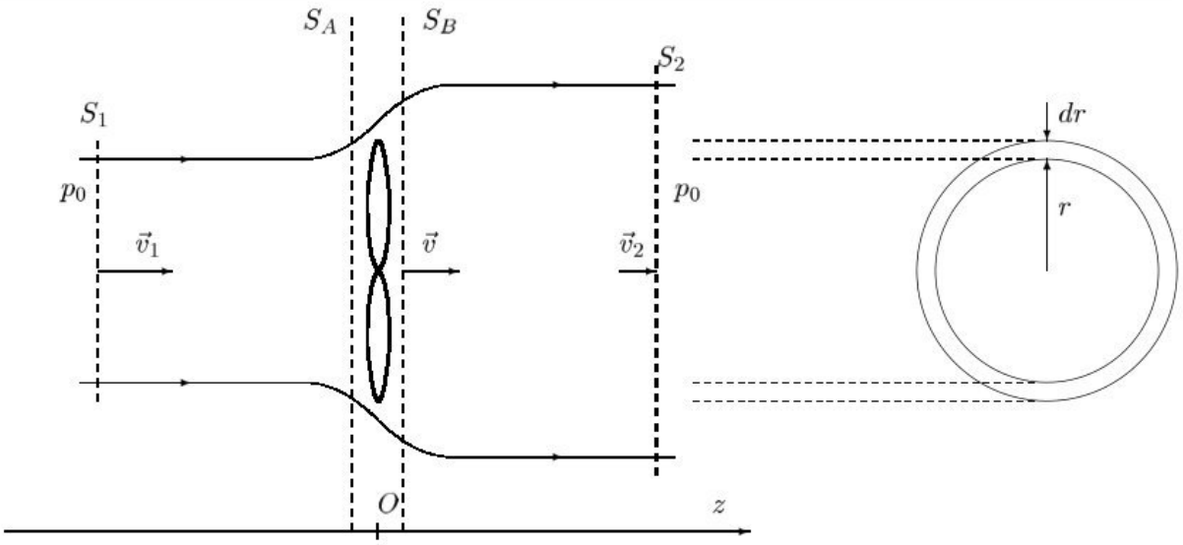


Figure 1: Écoulement axial de l'air autour d'une hélice

**1.1.3**. On désigne par $D_{m,1}$, $D_m$ et $D_{m,2}$ les débits massiques de l'air à travers les sections $S_1$, $S$ et $S_2$ respectivement du tube de courant de la figure 1. Montrer que ces débits massiques sont égaux : $D_{m,1} = D_m = D_{m,2}$.

**1.1.4**. En déduire deux relations entre $S_1$, $S_2$, $S$ et les modules $v_1$, $v_2$ et $v$ des vecteurs vitesses $\overrightarrow{v}_1$, $\overrightarrow{v}_2$ et $\overrightarrow{v}$ respectivement.

**1.1.5**. Dans le cas d'un écoulement stationnaire, homogène et incompressible d'un fluide parfait, BERNOULLI a établi la relation :

$$\frac{v^2}{2} + e_{pm} + \frac{p}{\mu} = cste$$

Que représente cette équation ? Quelle est la signification physique de chacun des trois termes ?

Par la suite, on néglige les effets de la pesanteur.

### 1.2. Force exercée par l'air sur l'hélice

**1.2.1**. Écrire la relation de BERNOULLI suivant une ligne de courant entre les sections $S_1$ et $S_A$ d'une part et entre les sections $S_B$ et $S_2$ d'autre part. En déduire l'expression de la pression $p_A$ en fonction de $p_0$, $\mu$ , $v_1$ et $v$, puis celle de $p_B$ en fonction de $p_0$, $\mu$, $v_2$ et $v$.

**1.2.2**. Écrire l'expression de la force $\overrightarrow{F}$ exercée par l'air sur l'hélice en fonction de $p_A$, $p_B$, $S$ et $\overrightarrow{e}_z$, puis en fonction de $v_1$, $v_2$, $\mu$, $S$ et $\overrightarrow{e}_z$ ; $\overrightarrow{e}_z$ étant le vecteur unitaire de l'axe $Oz$.

**1.2.3**. Écrire le bilan de quantité de mouvement pour le fluide compris entre les sections $S_1$ et $S_2$.

**1.2.4**. En déduire l'expression de la force $\overrightarrow{F}$ exercée par l'air sur l'hélice en fonction de $D_m$, $\overrightarrow{v}_1$ et $\overrightarrow{v}_2$, puis en fonction de $\mu$, $S$, $v$, $v_1$, $v_2$ et $\overrightarrow{e}_z$.

**1.2.5**. Montrer que la vitesse $v$ de l'air au niveau de l'hélice est donnée par l'expression :

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad (1)$$



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1876 - Wadifa Info - page 3/9

### 1.3. Étude de la puissance reçue par l'hélice : loi de BETZ

La production d'énergie se fait au préjudice de l'énergie cinétique du vent : lors de son passage à travers l'hélice, une fraction de l'énergie cinétique de l'air est transférée à l'hélice qui se met en rotation. La vitesse $v_2$ est donc nécessairement inférieure à $v_1$. On notera $\mathcal{P}$ la puissance reçue par l'hélice.

**1.3.1.** Écrire le bilan de l'énergie cinétique pour le fluide compris entre les sections $S_1$ et $S_2$.

**1.3.2.** En déduire l'expression de la puissance mécanique $\mathcal{P}$ cédée par l'air à l'hélice en fonction de $\mu$, $S$, $v$, $v_1$ et $v_2$.

**1.3.3.** On pose : $x = \dfrac{v_2}{v_1}$. Montrer que la puissance $\mathcal{P}$ reçue par l'hélice s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{P} = \frac{\mu S v_1^3}{4}\,(1+x)\left(1-x^2\right) \tag{2}$$

**1.3.4.** Pour une vitesse $v_1$ donnée du vent en amont de l'éolienne, la vitesse en aval $v_2$ ne pouvant pas s'annuler ; il existe une puissance maximale $\mathcal{P}_{max}$ que l'on peut extraire de la circulation d'air (Loi de BETZ).

**1.3.4.1.** Pour quelle valeur $x_m$ de $x$ la puissance $\mathcal{P}$ est-elle maximale. Donner l'expression de la puissance maximale $\mathcal{P}_{max}$ (dite limite de BETZ) en fonction des grandeurs $\mu$, $S$ et $v_1$. Tracer l'allure de $\mathcal{P}(x)$.

**1.3.4.2.** Pour $x = x_m$, déterminer les expressions de $v_2$ et $v$ en fonction de $v_1$, et l'expression de la force $F$ exercée par l'air sur l'hélice en fonction de $\mu$, $S$ et $v_1$.

**1.3.5.** Le rendement de l'éolienne est défini comme le rapport de la puissance $\mathcal{P}$ fournie par l'air à l'hélice au débit de l'énergie cinétique en amont de l'éolienne.

**1.3.5.1.** Calculer le débit de l'énergie cinétique $\dot{E}_c$ à travers une section droite de surface $S$ où la vitesse est $v_1$.

**1.3.5.2.** En déduire le rendement théorique de l'éolienne $r_{th}$ en fonction de $x$.

**1.3.6.** **Application numérique :** $\mu = 1,3\ kg.m^{-3}$ ; $v_1 = 12\ m.s^{-1}$ ; $S = 3,14\ m^2$. Calculer $\mathcal{P}_{max}$ et le rendement associé $r_{th}$.

**1.3.7.** Dans la pratique, le rendement théorique maximal pour une éolienne idéale n'est jamais réalisé à cause des effets suivants :

- La force de trainée n'est jamais nulle à cause des frottements.
- L'hélice contient un nombre fini de pales.

Le rendement est alors plus faible et la puissance peut s'écrire :

$$\mathcal{P}_{reel} = \frac{1}{2}\,C_p\,\mu\,S\,v_1^3$$

où $C_p$ est le coefficient de performance. Il dépend de la géométrie, de l'inclinaison des pales et de la vitesse du vent.

**1.3.7.1.** Montrer que $C_p$ admet une valeur maximale à cause de la loi de BETZ.



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1876 - Wadifa Info - page 4/9

**1.3.7.2.** Calculer numériquement $C_p$ pour une puissance réelle $\mathcal{P}_{reel} = 900\ W$ en utilisant les données numériques de la question 1.3.6.

## 2ème partie

## Modèle de l'élément de pale

Dans le modèle de l'écoulement axial traité dans la partie précédente, on a supposé que l'écoulement ne subit aucun mouvement de rotation, mais en réalité la loi de conservation du moment cinétique impose que l'air doit avoir un mouvement rotatif afin que l'hélice (rotor) puisse extraire un couple utile. Dans ce cas le sens de rotation de l'écoulement de l'air est opposé à celui du rotor.

Dans le modèle de l'élément de pale, on introduit le mouvement de rotation de l'air autour de l'axe $Oz$. Dans l'élaboration de ce modèle, les suppositions suivantes sont envisagées :

- L'écoulement en amont loin du plan du rotor, est complètement axial.
- Au niveau du plan du rotor, la vitesse angulaire de rotation de l'air est $\omega$, cette vitesse diminue considérablement loin du rotor, en aval, de telle manière que la pression statique à cet endroit peut être considérée égale à la pression atmosphérique $p_0$.
- L'écoulement de l'air autour d'un élément de la pale est considéré comme bidimensionnel.

Les expressions de la puissance extraite et du couple appliqué sur les pales, peuvent être obtenues en considérant l'écoulement de l'air à travers un élément annulaire du tube de courant de rayon $r$, d'épaisseur $dr$ et de section $dS = 2\pi r dr$ (figure 1). Les rayons du tube de courant correspondant sont notés $r_1$ au niveau de la section $S_1$ et $r_2$ au niveau de $S_2$.

On note $\Omega$ la vitesse angulaire de rotation de l'hélice autour de l'axe $Oz$ et on suppose que la vitesse axiale $v$ de l'air au niveau de l'hélice soit uniforme.

### 2.1. Étude de la rotation de l'air

**2.1.1.** La variation de la quantité de mouvement de l'air dans la direction tangentielle, donne la force tangentielle exercée par l'air sur la pale. Cette force s'écrit sous la forme :

$$dF_t = dm.v_t$$

$dm$ est le débit massique à travers la surface $dS$ et $v_t$ la vitesse orthoradiale de l'écoulement de l'air.

**2.1.1.1.** Écrire l'expression $v_t$ en fonction de $\omega$ et $r$. En déduire l'expression de $dF_t$ en fonction de $\mu$, $v$, $\omega$, $r$ et $dS$.

**2.1.1.2.** Écrire l'expression du moment $dQ$ de la force $dF_t$ par rapport à l'axe $Oz$.

**2.1.1.3.** Écrire l'expression de la puissance $d\mathcal{P}$ extraite à travers la section $dS$ en fonction de $dQ$ et $\Omega$. En déduire son expression en fonction de $\mu$, $v$, $\omega$, $\Omega$, $r$ et $dr$.

**2.1.1.4.** Montrer que la puissance totale $\mathcal{P}$ extraite par l'hélice et le couple $Q$ qu'elle subit sont donnés par les expressions suivantes :

$$Q = 2\pi\mu \int_0^R v\omega r^3 dr \tag{3}$$

$$\mathcal{P} = 2\pi\mu\Omega \int_0^R v\omega r^3 dr \tag{4}$$

Pour pouvoir calculer la puissance et le couple ($\mathcal{P}$ et $Q$), il faut déterminer $\omega$.



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1876 - Wadifa Info - page 5/9

**2.1.2.** On pose : $\omega = a'\Omega$ ; $a'$ est appelé facteur d'interférence tangentiel. $\omega$ et $a'$ dépendent à priori de $r$.

**2.1.2.1.** Écrire les expressions des débits de moment cinétique, par rapport à l'axe $Oz$, à travers les sections annulaires du tube de courant situées au niveau de $S_1$ et $S_A$ de la figure 1, de rayons respectifs $r_1$ et $r$, et d'épaisseur $dr$. On notera $\omega_1$ et $\omega_A$ les vitesses angulaires de rotation de l'air au niveau de ces sections annulaires.

**2.1.2.2.** Écrire le bilan de moment cinétique, en projection sur l'axe $Oz$, pour le fluide compris entre les sections annulaires situées au niveau de $S_1$ et $S_A$.

**2.1.2.3.** En déduire $\omega_A$. Montrer, en utilisant les hypothèses du modèle que la vitesse angulaire de l'écoulement de l'air subit une discontinuité au niveau du plan du rotor.

**2.1.2.4.** On admet que la valeur de la vitesse angulaire de l'air au niveau du plan du rotor est la moyenne de celles situées juste avant et derrière le rotor ($\omega_A$ et $\omega_B$ respectivement) :

$$\omega = \frac{\omega_A + \omega_B}{2}$$

Montrer que $\omega_B = 2\Omega a'$.

**2.1.2.5.** Écrire le bilan du moment cinétique, en projection sur l'axe $Oz$, pour le fluide compris entre les sections annulaires situées au niveau de $S_B$ et $S_2$.

**2.1.2.6.** Montrer que la vitesse angulaire $\omega_2$ de l'air au niveau de la section $S_2$ est donnée par :

$$\omega_2 = 2\Omega a' \left(\frac{r}{r_2}\right)^2$$

Commenter.

### 2.2. Dimensionnement optimal des pales pour une puissance maximale

**2.2.1.** A l'aide de la relation de BERNOULLI suivant une ligne de courant entre les sections $S_A$ et $S_B$, montrer que la différence de pression $p_A(r) - p_B(r)$ est donnée par :

$$p_A(r) - p_B(r) = \frac{1}{2}\mu\omega_B^2 r^2 \tag{5}$$

**2.2.2.** En déduire l'expression de la force élémentaire axiale $dF$ exercée sur l'élément annulaire du rotor de surface $dS$.

**2.2.3.** On pose la vitesse axiale de l'écoulement de l'air au niveau des pales : $v = (1-a)v_1$. On admet que : $dF = \mu v(v_1 - v_2)dS$ et que la relation (1) est toujours vérifiée. Déterminer le facteur d'interférence tangentiel $a'$ en fonction de $a$, $v_1$, $r$ et $\Omega$.

**2.2.4.** En utilisant la relation (4), déterminer la puissance extraite $\mathcal{P}$ en fonction de $\mu$, $\Omega$, $R$, $v_1$ et $a$.

**2.2.5.** Déterminer la valeur de $a$ pour laquelle $\mathcal{P}$ est maximale. Donner les expressions correspondantes de la puissance maximale et des vitesses $v$ et $v_2$. Commenter.

**2.2.6.** La puissance maximale est la même que celle donnée par la relation (2), à condition d'utiliser la valeur de $x$ que l'on pourrait déduire de la question précédente. Déterminer l'expression de la vitesse de rotation $\Omega$ de l'hélice, en fonction de $v_1$ et $R$, qui correspond à l'extraction maximale de puissance.



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1876 - Wadifa Info - page 6/9

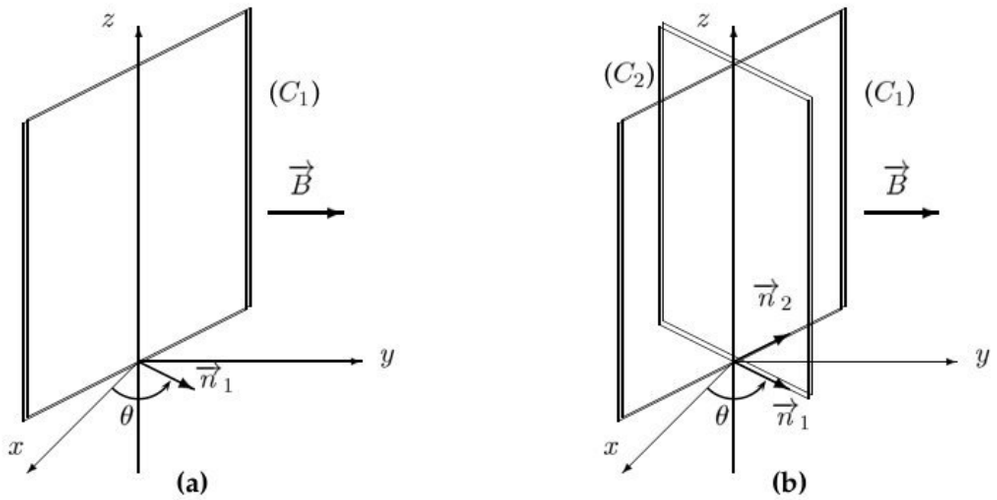


Figure 2: Schéma de principe d'un alternateur.

**2.2.7**. On utilise les données numériques de la question 1.3.6. Calculer la valeur de la vitesse de rotation $\Omega$ de l'hélice qui correspond à l'extraction maximale de puissance. Exprimer le résultat en nombre de tours par minute.

## 3ème partie

## Conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique

La conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique est effectuée par une machine électrique appelée alternateur. Pour un alternateur classique tournant à $3000\ tr.min^{-1}$, le rotor de l'alternateur est accouplé par l'intermédiaire d'un multiplicateur de vitesse. Cependant, pour des éoliennes de puissance mécanique inférieure à $10\ kW$, le rotor est accouplé directement à l'arbre de l'hélice. C'est ce dernier cas qu'on supposera par la suite.

### 3.1. Principe de la conversion électromécanique

Une représentation simplifiée d'un alternateur, dit monophasé, est donnée sur la figure 2-a. Il comporte un cadre rectangulaire $C_1$ sur lequel on a enroulé $N$ spires. Ce cadre tourne dans un champ magnétique uniforme et constant $\overrightarrow{B} = B\ \overrightarrow{e}_y$ autour de son axe de symétrie $\Delta$ que l'on prend comme axe $Oz$. On note $\overrightarrow{n}_1$ le vecteur normal, ce qui oriente le sens de parcours du cadre. On note $\theta$ l'angle orienté $\theta = (\overrightarrow{e}_x, \overrightarrow{n}_1)$. Le cadre est entraîné par l'axe de l'éolienne et tourne à la vitesse angulaire $\Omega = \dot{\theta}$. On prendra : $\theta(t = 0) = 0$.

**3.1.1**. Établir l'expression du flux $\phi_1$ du champ magnétique à travers une spire de $C_1$ en fonction de la surface du cadre $S_c$, $B$ et $\theta$.

**3.1.2**. Il apparaît aux extrémités de l'enroulement des $N$ spires de $C_1$, une force électromotrice $e_1$ que l'on exprimera en fonction de $S_c$, $N$, $B$, $\theta$ et $\dot{\theta}$. Préciser en particulier sa pulsation $\omega_e$ en fonction de la vitesse de rotation $\Omega$ de la machine.

**3.1.3**. L'enroulement de résistance $R_c$ et d'inductance propre $L$, est connecté à une charge résistive de résistance $R$. Représenter le circuit électrique équivalent ; on prendra soin de faire apparaître sur le circuit l'orientation de la f.é.m. et du courant $i_1$ qui le parcourt. Donner l'expression de $i_1$. On pourra poser $\underline{Z}_c = R_c + j\ L\omega_e$ l'impédance équivalente de l'enroulement, avec $j^2 = -1$.



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1876 - Wadifa Info - page 7/9

**3.1.4.** On rappelle que le moment des forces de LAPLACE s'exerçant sur le circuit $C_1$ baignant dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ uniforme vaut : $\overrightarrow{\Gamma}_1 = \overrightarrow{M}_1 \times \overrightarrow{B}$ où $\overrightarrow{M}_1 = N\, i_1\, S_c\, \overrightarrow{n}_1$ est le moment magnétique du cadre $C_1$.

On notera $J$ le moment d'inertie par rapport à l'axe $\Delta$ du cadre $C_1$ et de l'axe de l'hélice dont il est solidaire. On supposera que les liaisons avec l'axe sont parfaites.

**3.1.4.1.** Déterminer l'expression en fonction du temps du moment $\overrightarrow{\Gamma}_1$ des forces de LAPLACE que subit le cadre $C_1$.

**3.1.4.2.** Par application du théorème du moment cinétique par rapport à l'axe $\Delta$, trouver une équation différentielle en $\theta$ reliant $\overrightarrow{\Gamma}_1$ et le moment $\overrightarrow{\Gamma}_M = \Gamma_M\, \overrightarrow{e}_z$ des actions exercées par l'hélice sur la partie tournante.

**3.1.5.** En régime permanent, la vitesse angulaire $\Omega$ est constante. Déterminer l'expression de $\langle \Gamma_M \rangle$, la valeur moyenne dans le temps de $\Gamma_M$. En déduire la puissance mécanique moyenne $\mathcal{P}_m$ fournie par l'hélice à la génératrice en fonction des données du problème.

**3.1.6.** Déterminer en régime permanent la puissance moyenne électrique $\mathcal{P}_e$ mise en jeu dans le générateur de f.e.m. $e_1$. Comparer $\mathcal{P}_e$ à $\mathcal{P}_m$. Commenter.

### 3.2. Adaptation d'impédance

Un second cadre identique $C_2$, solidaire du premier et s'en déduisant par une rotation de $+\frac{\pi}{2}$, complète le dispositif (figure 2-b). On notera $\overrightarrow{n}_2$ le vecteur normal à ce second cadre. L'ensemble forme ce qu'on appelle un alternateur diphasé. On néglige l'inductance mutuelle entre les deux enroulements.

**3.2.1.** Exprimer la f.é.m. $e_2$ qui apparaît aux bornes de $C_2$.

**3.2.2.** Les deux cadres $C_1$ et $C_2$ sont connectés à une même charge d'utilisation d'impédance $\underline{Z}_u = R_u + j\, X$.

**3.2.2.1.** Représenter le circuit électrique équivalent.

**3.2.2.2.** Le circuit précédent peut être représenté par le schéma équivalent de la figure 3. Établir les expressions de $e$ en fonction de $e_1$ et $e_2$, et de $\underline{Z}_e$ en fonction de $\underline{Z}_c$.

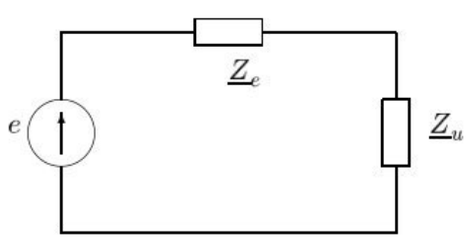


Figure 3: Schéma équivalent de l'alternateur associé à une charge.

**3.2.3.** Déterminer l'expression de la puissance moyenne $\mathcal{P}_c$ délivrée à la charge.

**3.2.4.** Pour quelle charge la puissance $\mathcal{P}_c$ est-elle maximale ? Commenter.

FIN DE L'ÉPREUVE



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1876 - Wadifa Info - page 8/9

# Wadifa Info

www.wadifa-info.com

**Le sujet suivant à préparer** — **النموذج التالي للتحضير**

## نموذج مباراة ولوج سلك التكوين الأساسي - المدرسة الوطنية العليا للإدارة - دورة 26 نونبر 2016 -

Modèle de concours d'accès au cycle de formation initiale – École Nationale Supérieure de l'Administration – 26 novembre

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/640

**Chaîne WhatsApp** — **قناة واتساب**

## المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

**Chaîne YouTube** — **قناة يوتيوب**

## امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

**Envoyer à un ami** — **أرسل النموذج لصديق**

## شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me