

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Interférences lumineuses : interféromètre de Michelson

Données :

- $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$;
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
- Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$;
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$;
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

L'épreuve est composée de quatre parties indépendantes. Le but du problème est d'étudier quelques aspects théoriques et expérimentaux relatifs à l'interféromètre de Michelson.

1. Optique géométrique

Une lentille mince convergente (L_0) de distance focale f'_0 , de centre O est utilisée pour la projection d'un objet AB réel, perpendiculaire à l'axe optique Ox et situé à la distance $d = |OA|$ de la lentille. Le point A est sur l'axe optique.

1.1. A quelles conditions l'image $A'B'$ de l'objet AB donnée par la lentille est-elle nette ?

1.2. Construire l'image $A'B'$ dans le cas où $d > f'_0$. Quelle est la nature de l'image ? Est-elle renversée ou droite ?

1.3. Montrer que le grandissement transversal et la relation de conjugaison de la lentille (L_0) avec origine au centre s'écrivent respectivement :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \text{ et } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_0}$$

1.4. On fixe la distance D entre le plan de l'objet AB et l'écran d'observation (E). Quelle relation doit vérifier la distance focale f'_0 pour que l'image $A'B'$ soit réelle sur (E) ?

1.5. Application numérique : $D = 1 \text{ m}$. Proposer une valeur usuelle de la focale f'_0 .

2. Lampe à vapeur de mercure

La lampe à vapeur de mercure émet une lumière polychromatique, c'est-à-dire une

lumière composée de plusieurs radiations monochromatiques. Le diagramme de la figure 1 représente quelques niveaux d'énergie de l'atome de mercure.

2.1. Le spectre de la lampe à vapeur de mercure est-il discret ou continu ? Justifier.

2.2. L'une des radiations émises par la lampe à vapeur de mercure correspond à la transition du niveau d'énergie E_3 vers le niveau d'énergie E_1 . Établir la relation entre la variation d'énergie $\Delta E = E_3 - E_1$ de l'atome et la longueur d'onde $\lambda_{3 \rightarrow 1}$ de la radiation émise.

2.3. Calculer la valeur numérique de la longueur d'onde $\lambda_{3 \rightarrow 1}$.

2.4. Dans quel domaine, ultraviolet (U.V.), visible ou infrarouge (I.R.), se situe la radiation de longueur d'onde $\lambda_{3 \rightarrow 1}$.

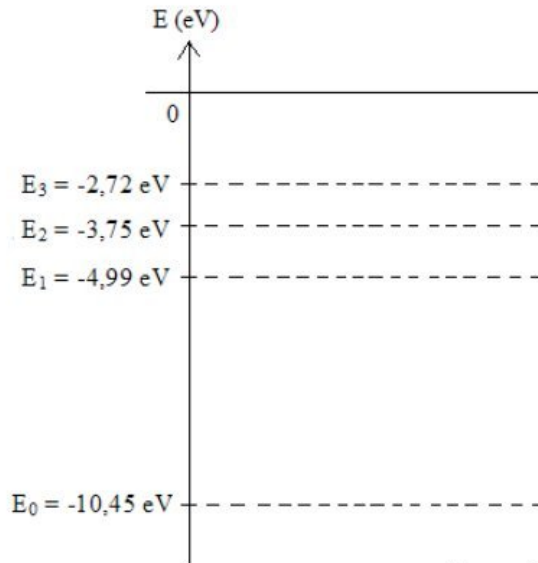


figure 1

3. Optique ondulatoire : interféromètre de Michelson

3.1. Questions préliminaires

On considère deux sources lumineuses S_1 et S_2 ponctuelles, monochromatiques, de même longueur d'onde dans le vide λ_0 , cohérentes et en phase, et d'intensités respectives I_1 et I_2 . La lumière est représentée, au point M et à l'instant t , par une vibration scalaire d'amplitude complexe $\underline{a}(M, t) = A_0 e^{j\varphi(M, t)}$, avec $j^2 = -1$. Dans cette expression, A_0 est l'amplitude réelle (supposée constante) de la vibration et $\varphi(M, t)$ sa phase au point M et à l'instant t .

3.1.1. Sous quelles conditions peut-on représenter une vibration lumineuse, de nature vectorielle, par une grandeur scalaire ?

3.1.2. On note $\delta(M)$ la différence de marche en un point M de l'espace où viennent interférer deux vibrations issues de S_1 et S_2 . Exprimer $\delta(M)$ en fonction des chemins optiques.

3.1.3. Montrer que l'intensité lumineuse $I(M)$ au point M s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0})$$

3.1.4. Représenter les variations de l'intensité lumineuse en fonction de $\delta(M)$. Indiquer les points remarquables.

3.1.5. Exprimer les intensités I_M d'une frange brillante et I_m d'une frange sombre. En déduire le contraste de la figure d'interférences défini par $C = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$. Représenter

l'allure de C en fonction de $\frac{I_2}{I_1}$? Commenter.

3.1.6. Quel est l'intérêt de choisir deux sources telles que $I_2 = I_1$?

3.1.7. L'expérience montre que l'éclairement engendré par deux sources ponctuelles monochromatiques distinctes est uniforme. Donner l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ dans ce cas et expliquer la nécessité de superposer deux vibrations lumineuses obtenues par division d'une vibration issue d'une source primaire unique ponctuelle monochromatique S . Expliquer le rôle de la longueur de cohérence dans l'obtention des interférences lumineuses.

3.1.8. Quelle relation lie la différence de marche $\delta(M)$ à l'ordre d'interférence $p(M)$?

Sachant que l'observation des interférences permet la mesure de l'ordre d'interférence $p(M)$ en un point ou la variation Δp de $p(M)$ en ce point, citer trois applications du phénomène d'interférences lumineuses.

3.2. Description de l'interféromètre de Michelson réel

La figure 2 donne le schéma de l'interféromètre de Michelson pratique couramment utilisé dans les laboratoires des lycées. Il est constitué :

- d'une lame séparatrice (Sp) semi-réfléchissante et non absorbante dont les facteurs de réflexion et de transmission sont égaux à 0,5. Cette lame fixe est inclinée à 45° par rapport aux normales à (M_1) et (M_2).
- d'une lame compensatrice (Cp), identique à (Sp) mais non traitée. Elle est réglable en inclinaison (vis de réglage trappe ct et porte cp).
- d'un miroir plan fixe (M_1), réglable en inclinaison (vis de réglage fin trappe mt1 et porte mp1).
- d'un miroir plan mobile (M_2), réglable en position (translation à l'aide du chariot mobile par le tambour (T)) et en inclinaison (vis de réglage semi-fin trappe mt2 et porte mp2).
- d'une lame de verre à faces parallèles (Va).

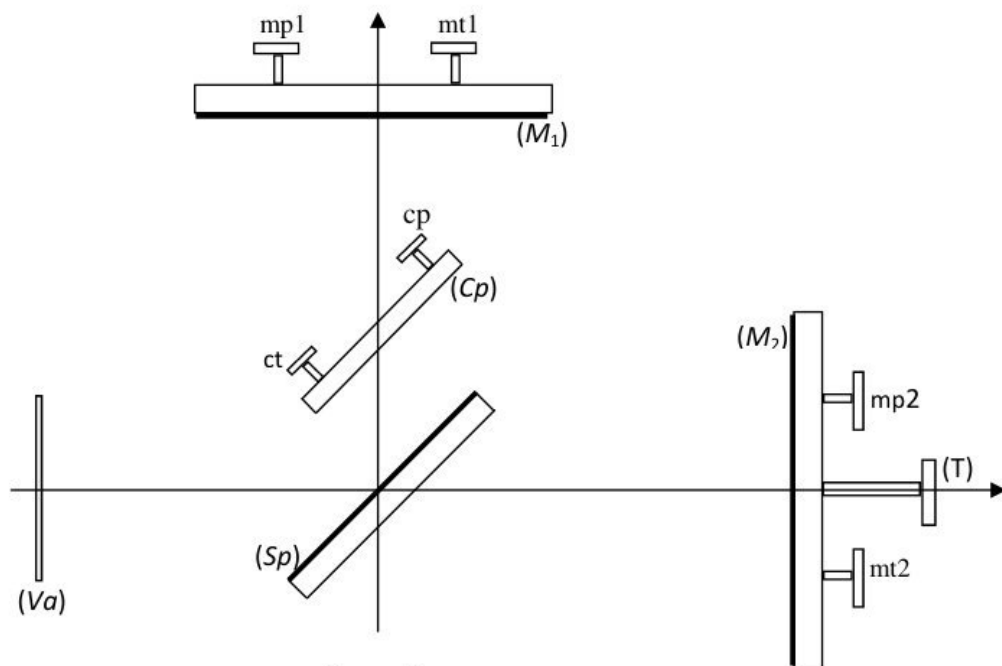


figure 2

3.2.1. Le système interférentiel décrit ci-dessus est-il à division du front d'onde ou à division d'amplitude ? Justifier la réponse.

3.2.2. Expliquer, en se servant d'un schéma soigné, le rôle de la lame séparatrice (Sp). Quel est l'intérêt pratique de choisir les coefficients de réflexion et de transmission égaux à 0,5 pour la séparatrice (Sp) ?

3.2.3. Montrer qu'avec ce montage, la moitié du flux incident est irrémédiablement perdue.

3.2.4. Expliquer, en se servant d'un schéma soigné, le rôle de la lame compensatrice (Cp).

3.2.5. Quel est le rôle de la lame de verre à faces parallèles (Va) située à l'entrée de l'interféromètre de Michelson ?

3.3. L'interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue

Dans cette partie, on considère un interféromètre de Michelson idéal constitué par une lame semi-réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice (Sp)_{th}, dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 0,5, d'épaisseur nulle et n'introduisant aucun déphasage, et deux miroirs plans (M_1) et (M_2). La lame (Sp)_{th} est inclinée à 45° par rapport aux normales à (M_1) et (M_2) (figure 3).

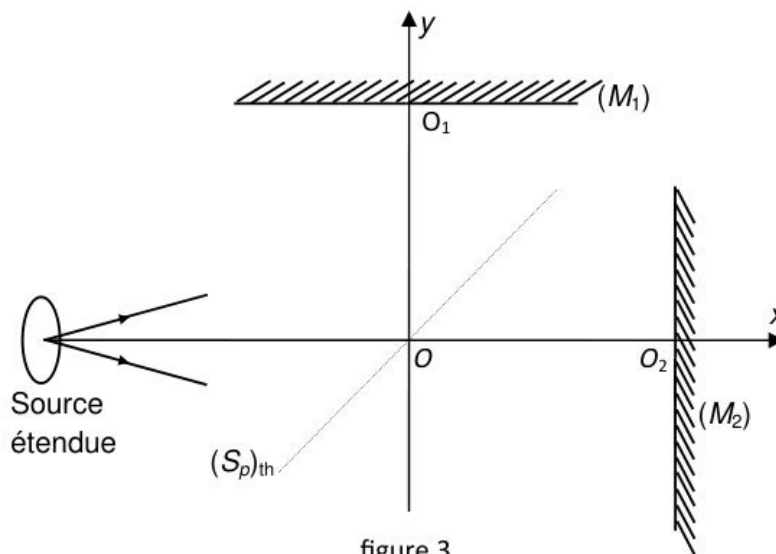


figure 3

On suppose dans toute la suite que l'interféromètre de Michelson est plongé dans l'air d'indice égal à 1.

3.3.1. Expliquer pourquoi, dans l'étude théorique, on peut remplacer les deux lames (Sp) et (Cp) de l'interféromètre réel par la lame séparatrice théorique (Sp)_{th}.

3.3.2. Proposer un protocole de réglage de l'interféromètre de Michelson permettant d'obtenir, avec par exemple une source spectrale de vapeur atomique, une figure d'interférence nette, contrastée et lumineuse.

3.3.3. Franges d'égale inclinaison

Les miroirs (M_1) (de centre O_1) et (M_2) (de centre O_2) sont perpendiculaires entre eux et respectivement orthogonaux aux axes OO_1 et OO_2 de l'interféromètre. On pose $OO_1 = l$ et $OO_2 = l + e$. L'interféromètre est éclairé par une source étendue S à vapeur atomique de mercure, monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$.

- 3.3.3.1.** A quelle couleur correspond la vibration de longueur d'onde $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$?
- 3.3.3.2.** Comment faut-il éclairer l'interféromètre de Michelson pour obtenir des franges d'égale inclinaison ? On donnera le montage expérimental.
- 3.3.3.3.** Dessiner le schéma équivalent du montage en lame d'air en faisant apparaître son épaisseur ainsi qu'un rayon incident avec un angle quelconque i et les deux rayons émergents (1) et (2) auxquels il donne naissance. On utilisera les propriétés de symétrie du montage. Préciser la position des sources secondaires S_1 et S_2 . Justifier que les franges d'interférences observées sur l'écran (E) perpendiculaire à l'axe Oy sont des anneaux. Sont-elles localisées ? Si oui, dire pourquoi et préciser leur lieu de localisation.
- 3.3.3.4.** Lors d'une manipulation, on a obtenu des ellipses au lieu des anneaux circulaires. Expliquer pourquoi. Expliquer comment y remédier.
- 3.3.3.5.** On considère un point M du champ d'interférence. Montrer que la différence de marche $\delta(M)$ entre les deux rayons émergents (1) et (2) s'écrit :
- $$\delta(M) = S_2M - S_1M.$$
- 3.3.3.6.** Déterminer l'expression de la différence de marche $\delta(M)$ entre les deux rayons émergents au point M où ils interfèrent en fonction de l'épaisseur e et de l'inclinaison i . Justifier l'appellation « anneaux concentriques d'égale inclinaison ».
- 3.3.3.7.** En déduire que l'intensité lumineuse $I(M)$ au point M est donnée par :
- $$I(M) = I_0 \left(1 + \cos\left(4\pi \frac{e}{\lambda_0} \cos(i)\right) \right),$$
- Quelle est la signification de I_0 ? Représenter l'allure de l'intensité $I(M)$ en fonction de l'angle i . Commenter.
- On observe la figure d'interférence en utilisant une lentille convergente (L') de distance focale f' .
- 3.3.3.8.** Compléter le schéma obtenu à la question **3.3.3.3.** en y ajoutant la lentille (L') et le cheminement des deux rayons émergents de l'interféromètre et de la lentille.
- 3.3.3.9.** On dispose de trois lentilles convergentes de distances focales images 5 mm, 20 cm et 1 m. Laquelle doit-on choisir pour projeter les franges d'interférences ? Laquelle doit-on choisir pour enregistrer les franges d'interférences ? Pourquoi ?
- 3.3.3.10.** Donner l'expression de l'ordre d'interférence p_0 au centre de la figure d'interférences. Calculer sa valeur numérique pour une épaisseur $e = 1,5 \text{ mm}$. Commenter.
- 3.3.3.11.** On s'intéresse maintenant à l'évolution de l'intensité lumineuse au centre de la figure d'interférences. De quelle quantité doit-on déplacer le miroir (M_2) pour passer d'un maximum d'intensité à un minimum d'intensité. Tracer l'allure de la courbe décrivant la variation d'intensité en fonction du déplacement de (M_2). Peut-on déplacer indéfiniment (M_2) ?
- 3.3.3.12.** On se place au voisinage de l'incidence normale. Etablir l'expression du rayon R_k correspondant au $k^{\text{ième}}$ anneau brillant (on compte les anneaux à partir du centre de la figure et on suppose que p_0 a la valeur trouvée à la question **3.3.3.10.**).

3.3.3.13. Montrer que les rayons R_k des anneaux brillants sur l'écran sont tels que

$$R_{k+1}^2 - R_k^2 = f^2 \frac{\lambda_0}{e}.$$

3.3.3.14. En traduisant le miroir mobile, on constate que les anneaux s'enfoncent dans le centre de la figure. En déduire le sens de variation de l'épaisseur e de la lame d'air. Comment varie le rayon des anneaux dans ce cas ? Comment varie le nombre total d'anneaux observés sur l'écran (E) en dehors du centre à la suite de cette translation ? Les franges deviennent-elles plus fines ou plus larges ? Justifier les réponses.

3.3.3.15. Qu'appelle-t-on contact optique ? Déduire de ce qui précède, une procédure pratique pour l'atteindre. Décrire l'aspect de l'écran au contact optique.

3.3.3.16. Quelle est la source de lumière qui permet de réaliser le contact optique le plus précis avec l'interféromètre de Michelson ? Justifier votre réponse.

3.3.3.17. La source utilisée n'est pas rigoureusement monochromatique mais quasi-monochromatique centrée sur la longueur d'onde λ_0 (correspondant à la fréquence ν_0). Pour des valeurs de la fréquence ν comprises entre ν et $\nu + d\nu$, l'intensité de la vibration de la source vaut $dI_0 = I_{0\nu}(\nu)d\nu$, $I_{0\nu}(\nu)$ est appelé l'intensité spectrale en fréquence. On dispose d'un photodétecteur ponctuel placé au centre de la figure d'interférence donnée par l'interféromètre de Michelson. Le photodétecteur fournit un courant proportionnel à l'intensité lumineuse qu'il reçoit. Un moteur permet de faire traduire le miroir mobile (M_2) à la vitesse constante V_0 à partir de la position correspondante au contact optique.

3.3.3.17.1. Donner l'expression de l'intensité lumineuse captée par le photodétecteur pour une fréquence ν donnée.

3.3.3.17.2. Mettre cette expression sous la forme $I(\tau) = I_0(1 + \cos(2\pi\nu\tau))$. Donner l'expression de τ ainsi que sa signification physique.

3.3.3.17.3. On considère un faible intervalle de fréquences optiques, entre ν et $\nu + d\nu$. Exprimer l'intensité élémentaire $dI(\tau)$ captée par le photodétecteur dans cet intervalle de fréquence.

Les lampes spectrales (à vapeur atomique : mercure, sodium, ...) présentent des spectres optiques composés de raies plus ou moins fines. La largeur de ces raies d'émission est principalement due à l'effet *Doppler* et à la distribution de vitesse des molécules de gaz présentes dans la lampe. Cette répartition des vitesses des molécules

est régie par la loi de Boltzmann : $P(E) = P_0 \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)$ où $P(E)$ est la probabilité de trouver une molécule à une énergie E , T est la température absolue du gaz et k_B est la constante de Boltzmann.

3.3.3.17.4. Exprimer l'énergie E d'une molécule, supposée ponctuelle, de gaz de masse m et de vitesse V . En déduire la répartition des vitesses dans le gaz.

La fréquence ν émise par un émetteur en mouvement est liée à la fréquence ν_0 mesurée par un récepteur fixe par la relation de *Doppler* : $\nu = \frac{c}{c - V} \nu_0 \approx \left(1 + \frac{V}{c}\right) \nu_0$.

3.3.3.17.5. Montrer que l'intensité spectrale d'une raie spectrale peut se mettre, à une

constante multiplicative près, sous la forme : $I_{0\nu}(\nu) = I_0 \exp\left(-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{a^2}\right)$. Donner l'expression de a .

3.3.3.17.6. Représenter la courbe donnant $I_{0\nu}(\nu)$ en fonction de ν .

3.3.3.17.7. Calculer la largeur spectrale $\Delta\nu$ à mi-hauteur de $I_{0\nu}(\nu)$ et interpréter la constante a . En déduire la finesse de la raie à profil gaussien défini par $F = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$.

Application numérique : calculer la largeur spectrale (en fréquence et en longueur d'onde) d'une raie d'émission du mercure, à $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$. La masse molaire du mercure est de $200,6 \text{ g.mol}^{-1}$, et la lampe est portée à une température de 500 K .

3.3.3.17.8. Calculer l'intensité lumineuse d'interférence $I(\tau)$ que l'on obtiendra au centre de la figure d'interférences. On rappelle la valeur de l'intégrale de Gauss :

$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{b^2}\right) \exp(2j\pi ux) du = b\sqrt{\pi} \exp(-\pi^2 b^2 x^2)$. D'autre part, la faible contribution des fréquences négatives à l'intensité spectrale $I_{0\nu}(\nu)$ permet d'étendre les intégrales de $-\infty$ à $+\infty$.

3.3.3.17.9. Un calculateur associé au détecteur fournit la fonction $C(\tau) = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$.

Etablir l'expression de $C(\tau)$. Tracer le graphe de $C(\tau)$ et celui de $I(\tau)$.

3.3.3.17.10. Comment avec un enregistrement du graphe de $I(\tau)$ peut-on remonter simplement aux caractéristiques spectrales de la source (largeur à mi hauteur, profil spectral, ...)?

3.3.4. Franges d'égale épaisseur

L'interféromètre de Michelson est réglé dans la configuration «contact optique». On incline le miroir mobile (M_2) d'un angle α et on éclaire l'interféromètre en lumière quasi-parallèle par une source étendue S , monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ'_0 .

3.3.4.1. On dispose d'une lampe spectrale, d'un diaphragme et d'une lentille convergente (L_1) de focale f'_1 . Donner le protocole expérimental qui permet, à l'aide d'un miroir plan de positionner ces éléments afin d'éclairer l'interféromètre de Michelson en lumière quasi-parallèle ?

3.3.4.2. A l'aide d'un schéma soigné, montrer que l'interféromètre de Michelson est équivalent, du point de vue chemin optique, à une lame coin d'air d'angle α constituée du miroir fixe (M_1) et de (M'_2) image du miroir mobile (M_2) à travers la séparatrice. Préciser la position des sources secondaires S_1 et S_2 .

3.3.4.3. L'interféromètre étant éclairé en lumière quasi-parallèle, on observe les franges du coin d'air supposées localisées sur le miroir fixe (M_1). On utilise une lentille (L_2) de focale f'_2 pour en visualiser l'image sur un écran.

3.3.4.3.1. Déterminer l'expression approchée de la différence de marche $\delta(P)$ en

fonction de la distance X d'un point P sur (M_1) à l'arête commune des miroirs (M_1) et (M'_2) . Quelle est la forme des franges d'interférences ? Déterminer l'expression de l'interfrange i_m sur le miroir (M_1) en fonction de la longueur d'onde λ'_0 et de l'angle α .

3.3.4.3.2. La lentille (L_2) dont la distance focale est $f'_2 = +20$ cm est placée à une distance $d = 23$ cm du miroir fixe. A quelle distance d' de la lentille faut-il placer l'écran pour avoir une image nette ?

3.3.4.3.3. Quel est le grandissement γ de la lentille ?

3.3.4.3.4. Donner l'expression de l'interfrange i_e sur l'écran ?

3.3.4.3.5. Sur l'écran on mesure une interfrange de 6,0 mm. En réalisant l'expérience avec une longueur d'onde connue on a déterminé la valeur de α : $\alpha = 3,0 \cdot 10^{-4}$ rad. En déduire la valeur de λ'_0 .

3.3.4.4. Expliquer la démarche expérimentale (manipulation, conditions d'éclairage et de projection) à suivre pour passer du réglage « coin d'air » à celui « en lame d'air à faces parallèles » ?

3.3.4.5. Expliquer pourquoi, sur un interféromètre de Michelson, les franges du coin d'air sont plus faciles à obtenir que les anneaux d'égale inclinaison.

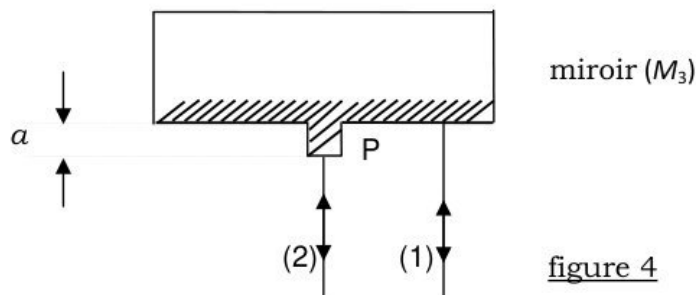
3.4. Application : mise en évidence d'un défaut d'épaisseur

Pour contrôler des surfaces de composants optiques, on utilise l'interféromètre de Twyman-Green qui est un dérivé de l'interféromètre de Michelson.

L'interféromètre est réglé en lame d'air à faces parallèles d'épaisseur $e = 2,69 \mu\text{m}$ (contact optique imparfait) et est éclairé en lumière parallèle par un laser à gaz de longueur d'onde $\lambda_m = 633$ nm. Le faisceau émergent de l'interféromètre est reçu sur une matrice CCD placée dans le plan focal image d'une lentille convergente.

3.4.1. Calculer l'ordre d'interférence et montrer que l'intensité lumineuse $I(M)$ est nulle en tout point M du capteur.

3.4.2. Un miroir à tester (M_3) présente un petit défaut d'épaisseur a autour du point P (figure 4). On veut mettre en évidence ce défaut à l'aide de l'interféromètre de Twyman-Green.



3.4.2.1. Déterminer, pour les rayons (1) et (2), l'expression $\Delta(\delta)$ de la variation de la différence de marche créée par le défaut après réflexion sur le miroir. En déduire la variation de la différence de phase entre les deux vibrations.

3.4.2.2. On place le miroir (M_3) à tester à la place du miroir mobile (M_2), l'interféromètre étant toujours réglé en lame d'air à faces parallèles d'épaisseur $e = 2,69 \mu\text{m}$. Montrer qualitativement que le défaut peut se révéler par une intensité I' non nulle sur le détecteur, à l'endroit du défaut.

3.4.2.3. Justifier que l'intensité lumineuse $I'(a)$, obtenue en présence du défaut

d'épaisseur a a pour expression : $I'(a) = I_0 \left(1 - \cos\left(\frac{4\pi a}{\lambda_m}\right) \right)$. Calculer sa valeur à l'endroit du défaut pour $a = 158 \text{ nm}$ et pour $a = 316 \text{ nm}$.

3.4.2.4. Pour quelles valeurs de a (en fonction de λ_m) le défaut d'épaisseur du miroir est-il le mieux visible ?

4. Histoire : l'expérience de Michelson-Morley

L'expérience de Michelson-Morley avait pour but de mettre en évidence la présence d'un hypothétique éther dans lequel la Terre se déplace, et qui définit le référentiel d'inertie dans lequel la lumière se propage à la vitesse c (supposée constante et isotrope). Le résultat négatif de cette expérience est une des expériences fondamentales qui ont mené à la relativité restreinte.

Le principe de l'expérience est d'utiliser l'interféromètre de Michelson, réglé en lame d'air à faces parallèles, pour comparer les temps d'aller-retour dans les deux bras perpendiculaires de l'interféromètre de même longueur $l = OO_1 = OO_2$, lorsque ceux-ci sont en mouvement par rapport à l'éther. L'interféromètre est fixe dans le référentiel du laboratoire et on suppose que l'un des bras est orienté suivant la direction du mouvement de la Terre sur son orbite à la vitesse u . La longueur déployée des bras est de $l = 10 \text{ m}$. La source de lumière utilisée était une lampe à vapeur de Sodium de longueur d'onde $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$. La Terre se déplace à $u = 30 \text{ km.s}^{-1}$ autour du Soleil.

4.1. Effectuer un calcul de physique Galiléenne pour calculer les temps t_1 et t_2 mis par la lumière pour effectuer les trajets aller-retour respectifs OO_1O et OO_2O (figure 3).

4.2. En déduire, dans la limite $u \ll c$, la différence de marche qui devrait être observée en sortie de l'interféromètre lorsqu'on l'éclaire en lumière monochromatique.

4.3. Les franges d'interférence observées dépendent-elles de u ?

4.4. En réalité, l'expérience montre qu'elles n'en dépendent pas ; que peut-on dire de la validité de la mécanique "classique" (non relativiste) pour cette expérience ?