

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale
et de la Jeunesse

Ministère de l'Enseignement
Supérieur, de la Formation des Cadres
et de la Recherche Scientifique

Concours National Commun d'Admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs Session 2003

ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

Durée 4 heures

Concours TSI

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

L'énoncé de cette épreuve comporte 9 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les **références** des questions abordées.

L'épreuve est constituée de deux parties complètement indépendantes entre elles. La première partie étudie le principe d'un montage optique permettant le relevé d'un profil de température. La deuxième partie propose l'étude d'une machine thermique.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

1^{ère} partie

Montage optique de relevé d'un profil de température

Le montage¹ utilise une technique interférométrique pour relever le profil de température $T(x)$ au-dessus d'une plaque métallique $\mathcal{P}$ portée à une température T_s et placée dans l'air ambiant dont la température est T_∞ loin de la plaque chauffée. Pour les applications numériques, on prendra $T_s = 328 \text{ K}$ et $T_\infty = 294 \text{ K}$.

La surface libre du métal est supposée occuper le plan $x = 0$.

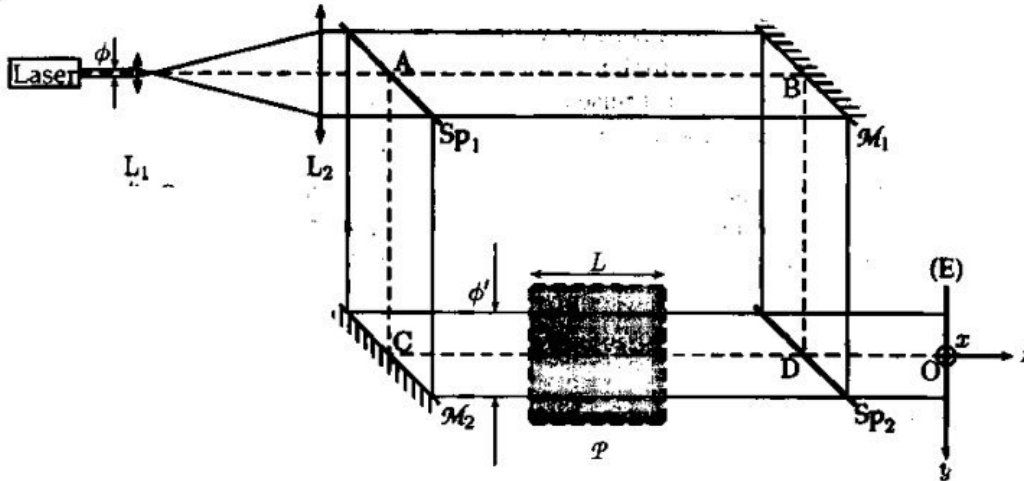


Figure 1: Interféromètre de MACH-ZEHNDER.

La technique utilisée repose sur la dépendance de l'indice de réfraction de l'air vis-à-vis de sa température thermodynamique T . Cette dépendance est supposée vérifier la loi approchée suivante, que l'on ne demande pas de justifier :

$$n(T) = 1 + \frac{A}{T} \quad (1)$$

où A est une constante positive.

Le dispositif interférentiel utilisé est un interféromètre de MACH-ZEHNDER (figure 1). Il est composé de deux miroirs plans parfaitement réfléchissants $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ et de deux lames semi-transparentes Sp_1 et Sp_2 d'épaisseurs négligeables. Les deux miroirs $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ ainsi que les deux

¹C. ROLDÁN et al., Eur. J. Phys. 14 (1993) 128–131.

lames semi-transparentes Sp_1 et Sp_2 sont inclinés de 45° et parallèles entre eux. Les distances AB et CD d'une part, AC et BD d'autre part sont égales.

La plaque métallique $\mathcal{P}$ est placée dans le bras CD de l'interféromètre de sorte que, lorsqu'elle est portée à la température T , supposée uniforme, elle crée dans l'air une variation de température $T(x)$ perpendiculairement à sa surface. Dans toute cette étude, on supposera que la longueur L des côtés de la plaque carrée $\mathcal{P}$ est suffisamment grande pour pouvoir négliger tous les effets de bord. La figure 1 représente l'ensemble du dispositif vu de dessus alors que la figure 2 est une vue de profil de la plaque éclairée par le faisceau du bras CD de l'interféromètre.

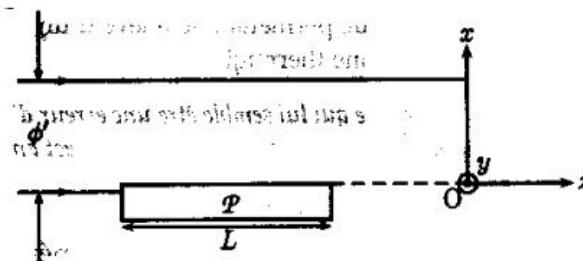


Figure 2: Vue de profil de la plaque $\mathcal{P}$ placée dans le bras CD de l'interféromètre. La lame semi-transparente Sp_2 n'est pas représentée sur ce schéma.

Le dispositif expérimental est éclairé à l'aide d'un laser HeNe de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. On note ϕ le diamètre du faisceau laser supposé cylindrique. On supposera également que l'intensité lumineuse du faisceau laser est constante sur une section principale du faisceau.

1.1. Afin de pouvoir éclairer toute la zone de variation de température au dessus de la plaque $\mathcal{P}$ (figure 2), on élargit le faisceau laser initial de diamètre ϕ pour obtenir un faisceau laser cylindrique de travail de diamètre ϕ' . Pour cela, on utilise un montage télescopique constitué de deux lentilles convergentes L_1 et L_2 de distances focales image f_1 et f_2 .

1.1.1. Comment doit-on placer les deux lentilles L_1 et L_2 l'une par rapport à l'autre afin d'obtenir un faisceau cylindrique de diamètre ϕ' à la sortie à partir d'un faisceau cylindrique de diamètre ϕ à l'entrée? On exprimera la distance O_1O_2 en fonction de f_1 et f_2 .

1.1.2. Exprimer le rapport $\frac{\phi'}{\phi}$ en fonction de f_1 et f_2 .

1.2. On se propose tout d'abord d'étudier quelques propriétés de la figure d'interférence. Pour cela, on note, au niveau de l'écran d'observation (E) :

- I_1 l'intensité lumineuse de l'onde qui passe par la voie (1), ABD , de l'interféromètre.
- I_2 l'intensité lumineuse de l'onde qui passe par la (2), ACD , de l'interféromètre.
- φ le déphasage entre ces deux ondes en un point M quelconque de l'écran d'observation.

1.2.1. Exprimer l'intensité résultante I en un point quelconque de l'écran d'observation en fonction de I_1 , I_2 et φ .

1.2.2. Donner la représentation graphique de I en fonction de φ et déterminer la valeur maximale $I_{\max}$ ainsi que la valeur minimale $I_{\min}$ de I .

1.2.3. Montrer que le contraste C de la figure d'interférence défini par $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ ne dépend que du rapport des intensités $R = \frac{I_1}{I_2}$ et tracer les variations de C en fonction de R .

1.2.4. Pour quelle valeur de R le contraste C est-il maximum ? Quelles précautions pratiques doit-on prendre pour obtenir le contraste maximum ?

1.3. On se propose à présent de montrer que le relevé de l'interférogramme $I(x)$ permet de déterminer le profil de température au-dessus de la plaque $\mathcal{P}$.

1.3.1. Décrire l'allure de la figure d'interférence dans le plan de l'écran d'observation (E) et montrer que les surfaces d'égale intensité du champ d'interférence correspondent à des surfaces isothermes du profil de température au-dessus de la plaque $\mathcal{P}$.

1.3.2. Exprimer l'ordre d'interférence p , défini par $\varphi = 2\pi p$, avec $p \geq 0$ par convention, en fonction de A , L , Λ , T_∞ et T .

1.3.3. Exprimer l'ordre d'interférence p_s au niveau du plan de la plaque $\mathcal{P}$.

1.3.4. Montrer que la température T_p correspondant à la frange d'interférence d'ordre p est donnée par la relation :

$$T_p = \frac{T_\infty}{1 + \frac{\Lambda^2}{L^2} \frac{p^2}{p_s^2}} \quad (2)$$

1.4. La figure 3 représente la partie centrale de l'interférogramme montrant l'ensemble de toutes les franges d'interférence obtenues. La partie du champ d'interférence ainsi montrée couvre l'ensemble des variations de température allant de T_s à T_∞ .

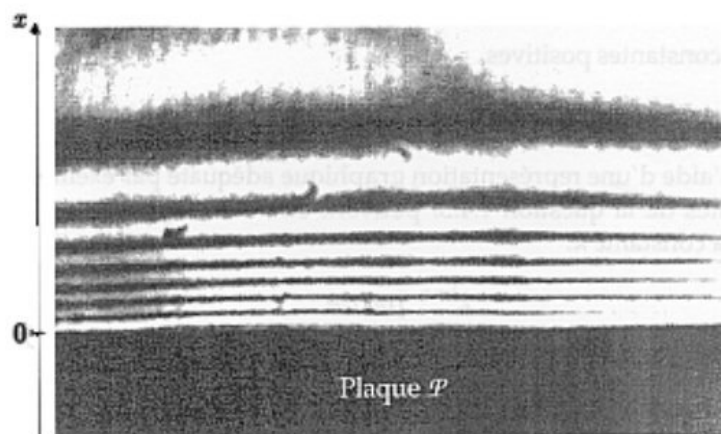


Figure 3: Région centrale de l'interférogramme.

Cet interférogramme a été enregistré à l'aide d'une caméra numérique à dispositif de transfert de charge DTC (ou CCD pour Charge Coupled Device). La matrice active de cette caméra est composée de 256×256 éléments photosensibles (ou pixel pour Picture Element). Chaque pixel est un carré de côté $303,5 \mu\text{m}$. La figure 4 donne la variation de l'intensité des pixels, sur une échelle de 0 à 255, dans la direction Ox perpendiculaire à la plaque $\mathcal{P}$.

1.4.1. Montrer que l'ordre d'interférence p est maximal au niveau du plan de la plaque $\mathcal{P}$. On rappelle que, par convention, p a été défini positif.

1.4.2. Déterminer les valeurs numériques de l'ordre d'interférence de toutes les franges sombres qui apparaissent sur l'interférogramme.

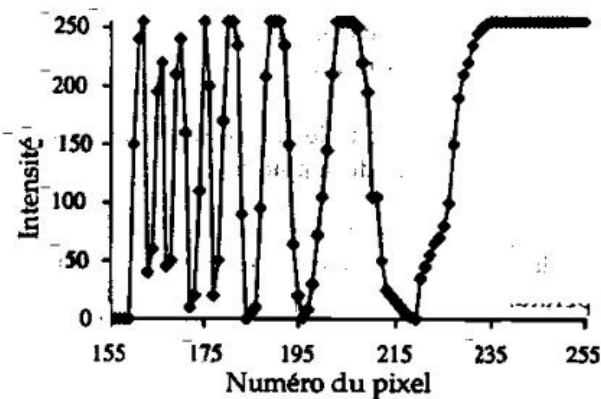


Figure 4: Variation de l'intensité des pixels dans la direction Ox perpendiculaire à la plaque $\mathcal{P}$. Le pixel n°159 correspond à la surface de la plaque.

1.4.3. En déduire les valeurs numériques de la température des surfaces isothermes correspondantes. On présentera les résultats sous forme d'un tableau à deux lignes (x_p, T_p) donnant la distance x_p de la surface isotherme p par rapport à la surface de la plaque $\mathcal{P}$ ainsi que sa température T_p . On admettra, qu'en très bonne approximation, l'ordre d'interférence p est entier en $x = 0$ et on rappelle la correspondance : 1 pixel $\leftrightarrow$ 303,5 μm .

1.5. On se propose de vérifier que le profil de température au dessus de la plaque $\mathcal{P}$ peut être décrit par une loi du type :

$$T(x) = \alpha + \beta \exp -kx \quad (3)$$

où α , β et k sont trois constantes positives.

1.5.1. Exprimer α et β en fonction de T_s et T_∞ .

1.5.2. Vérifier, à l'aide d'une représentation graphique adéquate par exemple, que les données expérimentales déduites de la question 1.4.3. peuvent être bien représentées par la loi (3) et en déduire la valeur de la constante k .

2^{ème} partie

Étude d'une machine thermique

2.1. Rappel de quelques résultats généraux

2.1.1. Machine ditherme

On considère un fluide quelconque qui effectue un cycle *ditherme* dans une machine thermique. On note :

- ◊ W le travail reçu algébriquement par le fluide de la part de l'extérieur au cours d'un cycle ;
- ◊ Q_1 le transfert thermique reçu algébriquement par le fluide de la part de la source chaude (de température constante T_1) au cours d'un cycle ;
- ◊ Q_2 le transfert thermique reçu algébriquement par le fluide de la part de la source froide (de température constante T_2) au cours d'un cycle ;

2.1.1.1. Qu'appelle-t-on machine de CARNOT ?

2.1.1.2. Établir la relation générale qui existe entre Q_1 , Q_2 et W lorsque le fluide décrit un cycle. Que devient cette relation dans le cas limite où $W = 0$? On appellera (R1) cette relation limite.

2.1.1.3. Démontrer l'inégalité de CARNOT – CLAUSIUS pour un cycle :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

Dans quel cas a-t-on $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$? On appelle (R2) cette relation limite entre Q_1 , Q_2 , T_1 et T_2 .

2.1.1.4. Dans le cas où la machine est un *moteur thermique*, donner les signes de Q_1 , Q_2 et W . Définir le rendement η du cycle. Déterminer l'expression de η lorsque le cycle ditherme est réversible.

2.1.1.5. Dans le cas où la machine est une *machine frigorifique*, donner les signes de Q_1 , Q_2 et W . Définir dans ce cas l'efficacité e du cycle. Déterminer l'expression de e lorsque le cycle ditherme est réversible.

2.1.1.6. Dans le cas où la machine est une *pompe à chaleur*, donner les signes de Q_1 , Q_2 et W . Définir dans ce cas l'efficacité e du cycle. Déterminer l'expression de e lorsque le cycle ditherme est réversible.

2.1.2. Diagramme de Raveau

Le diagramme de RAVEAU est constitué du système d'axes (Q_2, Q_1) avec Q_1 en abscisses.

2.1.2.1. Représenter les relations limites (R1) et (R2) dans le diagramme de RAVEAU.

2.1.2.2. Indiquer sur ce diagramme, en le justifiant, la zone (CI) des cycles impossibles, la zone (CR) des cycles récepteurs et la zone (CM) des cycles moteurs.

2.1.2.3. Indiquer la zone (SI) des cycles sans intérêt technologique.

2.1.3. Fluide en écoulement permanent dans une installation thermique

Soient (1) et (2) deux points d'une installation thermique siège d'un écoulement *permanent*. On désigne par h l'enthalpie massique du fluide, par s son entropie massique et par v son volume massique. On note aussi :

- ◊ q_e le transfert thermique massique reçu algébriquement par le fluide entre les points 1 et 2 ;
- ◊ w_i le travail massique indiqué reçu algébriquement par le fluide entre les points 1 et 2 (c'est à dire le travail massique donné au fluide par les parties mobiles de la machine).

En négligeant les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle de pesanteur, établir la relation :

$$h_2 - h_1 = w_i + q_e$$

2.1.4. Changement de phase d'un corps pur

On ne considère que les états fluides d'un corps pur et on rappelle l'allure de la courbe de saturation dans différents systèmes de coordonnées (figure 5).

2.1.4.1. La courbe de saturation comprend deux parties, de part et d'autre du point C. Comment s'appellent ces deux parties ? À quels phénomènes correspondent-elles ?

2.1.4.2. Comment s'appelle le point C ? Connaissant l'équation d'état du fluide, comment détermine-t-on les coordonnées du point C dans le diagramme (p, v) ?

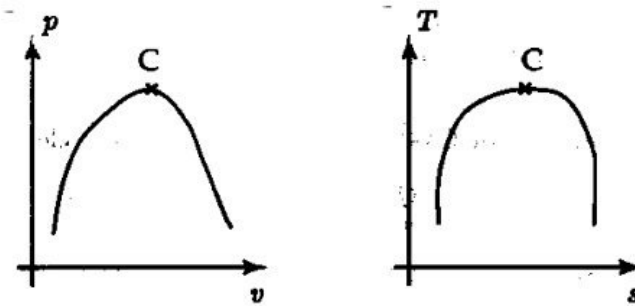


Figure 5: Courbes de saturation dans différents systèmes de coordonnées.

2.1.4.3. Reproduire l'allure de chaque diagramme sur la copie et y définir les différentes zones délimitées par la courbe de saturation. On indiquera en particulier la nature physique des phases en présence et la variance V du système.

2.1.4.4. Sur chaque diagramme, représenter l'allure d'une isobare, d'une isotherme et d'une isentropique qui traverseront la courbe de saturation. On justifiera l'allure de chaque courbe avec le minimum de calculs.

2.2. Cycle de Carnot

Les machines à vapeur utilisées au début du XX^e siècle comprenaient une chaudière, un cylindre moteur et un compresseur selon le schéma représenté figure 6. Le fluide qui décrit le cycle dans cette

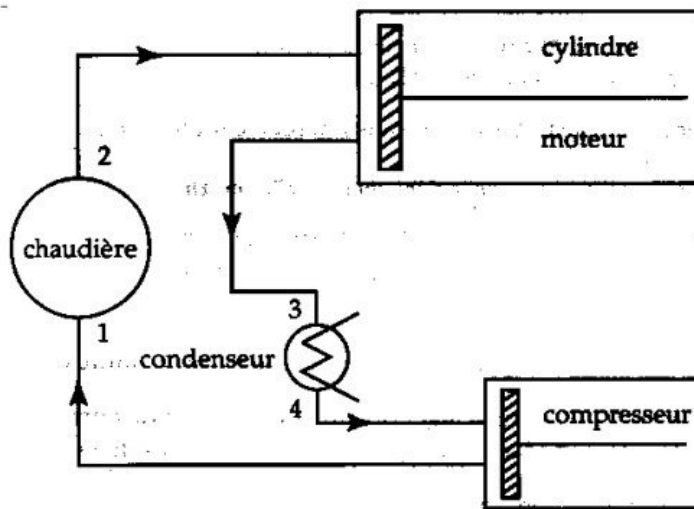


Figure 6: Cycle de CARNOT.

installation est de l'eau. Ses caractéristiques sont données dans l'annexe A.

Au point 1 du cycle, l'eau est à l'état de liquide juste¹ saturant. Dans la chaudière il y a vaporisation isobare de l'eau à la pression $p_1 = 30$ bar.

Au point 2 du cycle, l'eau est à l'état de vapeur juste² saturante. Dans le cylindre moteur, l'eau se détend adiabatiquement.

Dans le condenseur, une partie de l'eau se liquéfie à la pression constante $p_3 = 0,10$ bar.

¹c'est à dire le liquide en équilibre avec la première bulle de vapeur.

²c'est à dire la vapeur en équilibre avec la dernière goutte de liquide.

Dans le compresseur, l'eau subit une compression adiabatique.

On supposera, pour simplifier, que le cycle est décrit de manière *réversible*. On rappelle la règle des moments chimiques sous la forme :

$$x_v = \frac{s - s_\ell}{s_g - s_\ell} = \frac{h - h_\ell}{h_g - h_\ell} = \frac{v - v_\ell}{v_g - v_\ell}$$

où x_v est le *titre massique* en vapeur d'un mélange liquide-vapeur, à la pression p et à la température T . L'indice ℓ correspond au liquide juste saturant à la pression p et à la température T . L'indice g correspond à la vapeur saturante sèche (ou vapeur juste saturante) à la pression p et à la température T .

2.2.1. Représenter l'allure du cycle décrit par l'eau dans le diagramme entropique (T, s) , puis dans le diagramme de CLAPEYRON (p, v) . Justifier sommairement ces tracés. On n'omettra pas dans chaque cas de représenter le sens de parcours du cycle et de placer les quatre états 1, 2, 3 et 4 sur le cycle.

2.2.2. Pour chacun des états 1, 2, 3 et 4, donner en le justifiant : le titre massique en vapeur x_v , la pression p , la température θ (en °C), l'enthalpie massique h et l'entropie massique s .

On prendra soin de présenter les résultats dans un tableau.

2.2.3. Pour chacune des quatre transformations considérées dans le cycle, déterminer littéralement puis numériquement le transfert thermique massique q_e et le travail indiqué massique w_i .

2.2.4. Déterminer numériquement le rendement du cycle tout d'abord à l'aide des résultats de la question 2.2.3., puis uniquement en fonction des températures extrêmes du cycle. Les résultats sont-ils cohérents ?

2.3. Cycle de Rankine

L'installation comprend maintenant une chaudière, une turbine, un condenseur et une pompe selon le schéma représenté figure 7. Le fluide considéré est toujours de l'eau, dont les caractéristiques

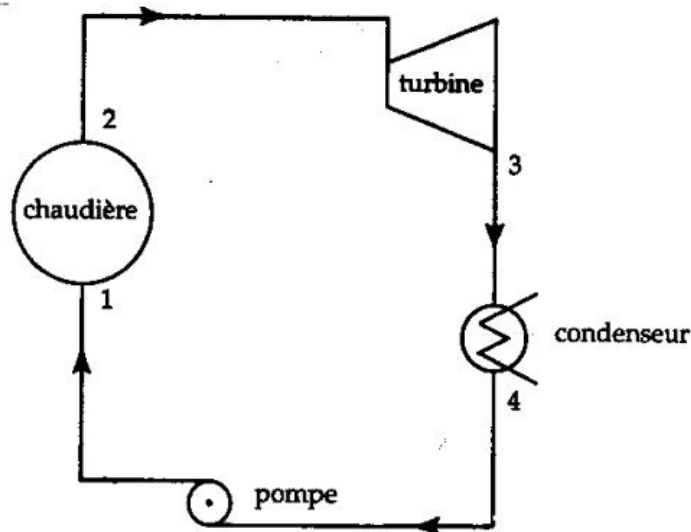


Figure 7: Cycle de RANKINE.

sont encore données en annexe A.

Dans la chaudière, l'eau subit une transformation isobare à la pression $p_1 = 30$ bar.

Dans le condenseur, l'eau subit une transformation isobare à la pression $p_3 = 0,10$ bar.

Dans la turbine et la pompe, les transformations sont adiabatiques.

Au point 2 du cycle, l'eau est à l'état de vapeur juste saturante.

Au point 4 du cycle, l'eau est à l'état de liquide juste saturant.

On suppose toujours que le cycle est décrit de manière réversible.

2.3.1. Représenter l'allure du cycle dans le diagramme entropique (T, s).

2.3.2. Pour chacun des états 1, 2, 3 et 4 donner, en le justifiant : le titre massique en vapeur x_v , la pression p , la température θ (en $^{\circ}\text{C}$) *sauf au point 1*, l'entropie massique s et l'enthalpie massique h .

On pourra déterminer l'enthalpie massique h_1 à partir de l'enthalpie massique h_4 en considérant que l'eau liquide a un volume massique quasi constant égal à $1,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. On prendra soin de présenter les résultats dans un tableau.

2.3.3. Pour chacune des quatre transformations considérées dans le cycle, déterminer littéralement puis numériquement le travail indiqué massique et le transfert thermique massique reçus algébriquement par le fluide.

Déterminer le rendement du cycle.

2.3.5. Discuter des avantages ou inconvénients de ce cycle par rapport au cycle de CARNOT vu en 2.2. Commenter.

Quelles améliorations peut-on envisager ?

Annexe A
Caractéristiques de l'eau

Table A.1: Extrait des tables d'équilibre liquide-vapeur (LS : liquide saturant, VS : vapeur saturante).

Pression p (en bar)	Température θ (en °C)	Volume massique (en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)		Enthalpie massique (en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)		Entropie massique (en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	
		LS : v_ℓ	VS : v_g	LS : h_ℓ	VS : h_g	LS : s_ℓ	VS : s_g
0,05	32,88	0,001005	28,19	137,82	2561,5	0,4764	8,3951
0,10	45,81	0,001010	14,67	191,83	2584,7	0,6493	8,1502
5,0	151,86	0,001093	0,3749	640,23	2748,7	1,8607	6,8213
10	179,91	0,001127	0,19444	762,81	2778,1	2,1387	6,5865
30	233,90	0,001217	0,06668	1008,42	2804,2	2,6457	6,1869
90	303,40	0,001418	0,02048	1363,26	2742,1	3,2858	5,6772

Table A.2: Extrait des tables de vapeur surchauffée (dite aussi « vapeur sèche »).

Pression p (en bar)	Température θ (en °C)	Enthalpie massique (en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	Entropie massique (en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
5	350	3167,7	7,6329
5	400	3271,9	7,7938
10	400	3263,9	7,4651
10	500	3478,5	7,7622
90	450	3256,6	6,4844
90	500	3386,1	6,6576

FIN DE L'ÉPREUVE