- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*

Satellite et télédétection

Le projet de mise en orbite de deux satellites jumeaux marocains baptisés Mohammed VI-A et Mohammed VI-B est une aventure technologique avancée, qui permettra des applications et des développements à haute valeur ajoutée dans des domaines variés : l'arpentage, la cartographie, la gestion de l'environnement, la prévention des catastrophes naturelles et des catastrophes climatiques, l'aménagement du territoire, les activités agricoles .... Ces deux satellites permettront de fournir des clichés de toutes les régions de la Terre en moins de 24 heures. Ils seront situés sur une même orbite à $647km$ afin de fournir des photographies de très haute résolution "$70cm$".

Le premier satellite, pesant au décollage $1110kg$, a été lancé avec succès le 8 novembre 2017, par la fusée Vega du pas de tir de Kourou en Guyane. Le second a été lancé aussi avec succès le 21 novembre 2018.

Ce problème propose d'étudier de manière simplifiée quelques aspects relatifs au satellite de télédétection.

La première partie est notée sur ***4 points***, la deuxième sur ***16 points***.

Partie 1
Satellite dans le champ gravitationnel terrestre

1. Champ gravitationnel terrestre

On s'intéresse dans cette partir à l'analogie entre les champs, électrostatique et gravitationnel.

1.1. Donner l'expression de la force électrostatique $\vec{F}_e$ exercée par une charge ponctuelle q_1 placée au point M_1 sur une charge ponctuelle q_2 placée au point M_2. Les charges sont placées dans le vide et on note ε_0 la permittivité électrique du vide.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1846 - Wadifa Info - page 1/8

1.2. Donner l'expression de la force gravitationnelle $\vec{F}_g$ exercée par une masse ponctuelle m_1 placée au point M_1 sur une masse ponctuelle m_2 placée au point M_2.

1.3. Par des analogies convenablement choisies, donner la forme du théorème de GAUSS sous forme intégrale "version gravitation". On illustrera l'énoncé par un schéma et on identifiera chaque terme de l'énoncé. On rappelle le théorème de GAUSS sous forme intégrale "version électrostatique" : $\iint_{(S)} \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$.

1.4. On assimile la Terre à une distribution de masses sphérique homogène de centre O, de rayon R_T et de masse M_T répartie avec une densité volumique ρ_T uniforme.

1.4.1. En utilisant symétries et invariances, montrer que le champ gravitationnel $\vec{G}(M)$ créé par cette distribution en tout point M de l'espace repéré par ses coordonnées sphériques (r,θ,φ) est donné par :

$$\vec{G}(M) = -G\frac{M_{\text{int}}(r)}{r^2}\vec{e}_r$$

où G est la constante de gravitation universelle et $M_{\text{int}}(r)$ la masse qui se trouve à l'intérieur de la sphère de centre O et de rayon r. $\vec{e}_r$ est un vecteur unitaire de la base $(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{e}_\varphi)$ associée à ces coordonnées sphériques.

1.4.2. Achever la détermination de l'expression du champ gravitationnel $\vec{G}(M)$ créé par la Terre au point M. On distinguera les deux cas : $r \leq R_T$ et $r \geq R_T$.

2. Étude de trajectoire circulaire

Un satellite (S) assimilé à un point matériel P de masse m est lancé depuis la Terre. Après la phase de poussée très brève, on coupe les moteurs et le satellite est alors soumis à la seule force d'attraction de la Terre.

Le référentiel géocentrique $(\Re_G)$, lié au centre de la Terre est supposé galiléen.

2.1. Exprimer vectoriellement la force $\vec{F}$ exercée par la Terre sur le satellite et la représenter sur un schéma.

2.2. Justifier le caractère central du champ gravitationnel. Quelle conséquence ceci a-t-il sur la trajectoire du satellite après sa mise sur orbite ?

2.3. Montrer que la force $\vec{F}$ dérive d'une énergie potentielle gravitationnelle E_p dont on donnera l'expression en fonction de G, M_T, m et r. On prendra l'énergie potentielle gravitationnelle nulle quand le point satellite est à l'infini.

2.4. Le satellite (S) est en orbite circulaire de centre O à l'altitude h et il effectue un tour complet de la Terre en une durée T.

2.4.1. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_{m0} du satellite sur son orbite circulaire. Montrer que le mouvement circulaire de (S) est nécessairement uniforme.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1846 - Wadifa Info - page 2/8

2.4.2. Établir l'expression littérale de la vitesse v_c de (S) en fonction des grandeurs M_T, R_T, h et G. Retrouver la troisième loi de KEPLER.

2.4.3. Sachant que l'altitude du satellite sur son orbite circulaire définitive est $h = 647km$, calculer numériquement en minutes la période de révolution T du satellite sur son orbite.

Partie 2
Satellisation et télédétection

1. Choix du lieu de décollage

On s'intéresse dans cette partie au satellite juste avant le décollage dans le référentiel $(\Re_G)$. Le satellite, assimilé à un point matériel P de masse m, est fixe à la surface de Terre à la latitude λ (figure 1). La Terre effectue un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω, dans le référentiel $(\Re_G)$, autour de l'axe (Oz) qui coïncide avec l'axe joignant les pôles Sud et Nord. Le plan (O,x,y) est le plan de l'équateur terrestre.

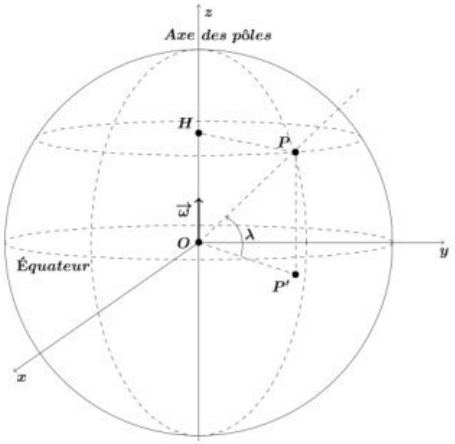


Figure 1 : Le point P à la surface de la Terre

1.1. Expliquer, sans faire de calcul, pourquoi la rotation de la Terre ne modifie pas l'expression du champ gravitationnel trouvée précédemment.

1.2. Exprimer, dans le référentiel $(\Re_G)$, la vitesse v_P du satellite en fonction de R_T, λ et ω. Quelle est la valeur de cette vitesse aux pôles ? Commenter.

1.3. Déterminer l'énergie mécanique E_m du satellite au point P. Pour placer le satellite sur son orbite, il faut lui fournir l'énergie $\Delta E_m = E_{m0} - E_m$. Expliquer le choix du pas de tir de Kourou en Guyane française pour le lancement du satellite Mohammed VI-A. Estimer la valeur de la vitesse à l'équateur. Donner le sens de lancement le plus avantageux pour le lancement.

2. Lancement du satellite

Le satellite Mohammed VI-A a été mis en orbite grâce à la fusée Vega VV11. Cette fusée est capable de développer une force importante pendant plusieurs minutes et ainsi vaincre le champ gravitationnel terrestre durant le décollage.

La fusée en mouvement vertical ascendant éjecte vers l'arrière des gaz produits par réaction chimique du comburant et du combustible (figure 2). Chacun des quatre étages se sépare de la fusée une fois son carburant est épuisé. On s'intéresse dans cette partie à la première phase de propulsion durant laquelle, seul le premier étage est allumé. Les gaz sont éjectés à la vitesse $\vec{u}$, constante par rapport à la fusée parallèlement à la vitesse $\vec{v}_f$ de la fusée et en sens contraire de cette



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1846 - Wadifa Info - page 3/8

dernière. figure 2

Considérons, dans le référentiel terrestre $(\Re_T)$ supposé galiléen, le système fermé (Σ) constitué de la fusée chargée et du gaz éjecté. À l'instant t, la masse de la fusée est la somme de trois termes : la masse m_f^0 de la fusée à vide, la masse m du satellite et la masse $m_c(t)$ du carburant : $m_f(t) = m_f^0 + m + m_c(t)$. On note $m_0 = m_f(0) = m_f^0 + m + m_c^0$, m_c^0 étant la masse initiale du carburant.

On désigne par $D_m = -\dfrac{dm_g}{dt} > 0$ le débit massique, supposé constant, des gaz brûlés et éjectés par le propulseur.

On néglige les frottements exercés par l'atmosphère sur la fusée ainsi que la poussée d'ARCHIMEDE devant la force gravitationnelle. On note $\vec{g}(h)$ le champ de pesanteur terrestre à l'altitude h. On suppose qu'il est dû uniquement à la gravitation.

2.1. Exprimer l'intensité du champ de pesanteur $g(h) = \left\|\vec{g}(h)\right\|$ à l'altitude h en fonction de g_0, R_T et h.

2.2. Montrer que :

$$\left|\frac{g(h) - g_0}{g_0}\right| = \frac{h(h + 2R_T)}{(R_T + h)^2}$$

2.3. Le premier étage de Vega VV11 se sépare de la fusée à une altitude $h_1 = 75km$. Calculer $\left|\dfrac{g(h_1) - g_0}{g_0}\right|$ et conclure.

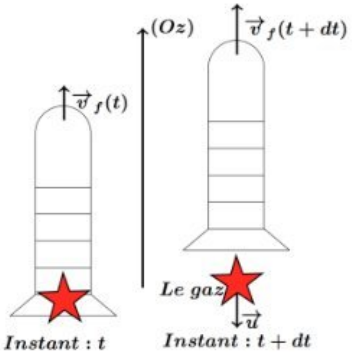


Figure 3 : La fusée aux instants t et $t + dt$

2.4. Exprimer les quantités de mouvement $\vec{P}(t)$ et $\vec{P}(t + dt)$ du système (Σ) respectivement aux instants t et $t + dt$ (figure 3).

2.5. En utilisant la 2ème loi de Newton pour ce système dans l'intervalle de temps dt, montrer que la vitesse de la fusée vérifie l'équation différentielle suivante :

$$m_f(t)\frac{d\vec{v}_f}{dt} = m_f(t)\vec{g} - D_m\vec{u}$$

2.6. En déduire l'expression de la force de poussée $\vec{F}_p$, due à l'éjection du gaz, subie par la fusée.

2.7. Déterminer l'intensité minimale de la force de poussée pour que la fusée décolle à l'instant $t = 0$.

2.8. Calculer la valeur de la quantité $D_m u$ pour la fusée Vega VV11 puis conclure. Comparer cette valeur à la force propulsive $2.10^3 kN$ donnée pour le moteur $P80$ de durée $107s$ du premier étage. On donne : $m_0 = 137,11.10^3 kg$ et $u = 2,27.10^5 m.s^{-1}$.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1846 - Wadifa Info - page 4/8

2.9. Exprimer la masse de la fusée $m_f(t)$ à l'instant t, en fonction de D_m, m_0 et t.

2.10. À l'instant initial, la fusée part du sol avec une vitesse nulle ; elle se déplace selon un axe vertical. Montrer que la vitesse de la fusée à l'instant t est donnée par :

$$v_f(t) = -g_0 t - u\, Ln\left(1 - \frac{D_m}{m_0} t\right)$$

2.11. Sur quels paramètres peut-on agir pour avoir la vitesse de fin de propulsion (relative à cette phase) la plus élevée possible ?

2.12. La fusée Vega VV11 dispose de quatre étages. D'un point de vue qualitatif, quel est l'intérêt d'une fusée à plusieurs étages ?

3. Communication avec le satellite

L'atmosphère terrestre est un mélange gazeux composé principalement de diazote et de dioxygène. Son comportement vis-à-vis des ondes électromagnétiques peut être assimilé à celui du vide. Dans l'ionosphère située entre $100km$ et $800km$ d'altitude, les gaz neutres sont partiellement ionisés par le rayonnement solaire si intense, créant ainsi un plasma ionosphérique. L'ionosphère est un milieu qui compte par unité de volume $N_e = N$ électrons libres et $N_i = N$ ions.

On se propose d'étudier la communication par ondes électromagnétiques de pulsation ω entre un émetteur terrestre et le satellite. Une source émet, dans le vide, une onde électromagnétique dont le champ électrique associé s'écrit, dans un repère cartésien orthonormé direct :

$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{e}_x$ où E_0, ω et k sont des constantes positives.

Pour des ondes planes transversales, la relation de dispersion liant la pulsation ω de l'onde au module du vecteur d'onde $\vec{k}$ s'écrit : $k^2c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$.

avec $\omega_p = A\sqrt{N}$ est une pulsation caractéristique des oscillations propres du plasma supposé à faible pression, A étant une constante.

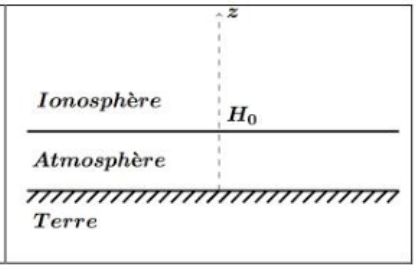
3.1. Préciser la direction et le sens de propagation de cette onde progressive, ainsi que la nature de sa polarisation.

3.2. Quelle est l'unité de A ?

3.3. Donner, en le justifiant, le domaine de fréquences que l'on doit utiliser pour les communications par ondes transverses entre le satellite et l'émetteur terrestre. Que se passe-t-il si l'on émet une onde dont la fréquence n'appartient pas à ce domaine ?

3.4. Exprimer la vitesse de phase v_φ de l'onde qui traverse le plasma. En déduire l'indice de réfraction n_p de ce milieu. Vérifier que le plasma est un milieu dispersif.

3.5. Exprimer la vitesse de groupe v_g de l'onde qui traverse le plasma. Expliquer comment l'ionosphère ralentit la propagation de l'onde de communication.



3.6. On suppose qu'une surface plane sépare l'air d'indice $n_a = 1$ du plasma d'indice n_p précédemment déterminé (figure 4). La source

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1846 - Wadifa Info - page 5/8

émettrice, située au niveau de la mer, émet une onde électromagnétique assimilée à une onde plane,	Figure 4

monochromatique de fréquence $f > \frac{\omega_p}{2\pi}$, qui arrive sous incidence oblique d'angle i en un point H_0 de l'interface atmosphère-ionosphère.

Montrer qu'à fréquence donnée, la communication terre-satellite n'est possible que si $i < i_l$. Exprimer l'angle limite i_l en fonction des données. Que se passe-t-il si cette dernière condition n'est pas vérifiée ? Représenter les deux situations $i < i_l$ et $i > i_l$ sur un schéma.

4. Télédétection

La télédétection (en anglais « remote sensing ») désigne l'ensemble des techniques qui permettent, par l'acquisition d'images, d'étudier à distance des objets ou des phénomènes (image ci-contre). Elle permet d'obtenir à distance de sur la surface de la Terre (y compris l'atmosphère et les océans). Son processus englobe le recueil, l'enregistrement et l'analyse d'ondes électromagnétiques émis (télédétection passive) ou réfléchis (télédétection active) par la zone observée. Les applications de la télédétection sont multiples : météorologie, océanographie, climatologie, géographie, cartographie ou militaire.

4.1. Formation d'images

Dans cette partie, nous étudions la prise de photographies numériques terrestres sur un capteur électronique photosensible par un dispositif optique depuis le satellite de télédétection. On se place dans le cadre de l'optique géométrique et de l'approximation de GAUSS. L'espace entre la Terre et le satellite sera considéré comme du vide pour le tracé des rayons lumineux.

4.1.1. Expliquer ce qu'est l'approximation de l'optique géométrique.

4.1.2. Quelles sont les conditions qui permettent de réaliser l'approximation de GAUSS ? Citer les conséquences de cette approximation sur le stigmatisme et l'aplanétisme.

Le satellite, d'origine Pleiades HiRI (imageur haute résolution), porte un télescope à grande ouverture pour la collecte d'images multispectrales avec une grande précision de géolocalisation. On modélise ce télescope par une lentille sphérique mince convergente ($\mathscr{L}$) de distance focale image $f' = 1m$ limitée par un cercle de rayon R de l'ordre du mètre. On note O le centre de la lentille. Le grandissement de la lentille est $|\gamma| = 1{,}31.10^{-6}$.

Le satellite est en orbite circulaire à une altitude $h = 647km$. L'objet AB se situe sur Terre à la distance h du télescope. Le point A est sur l'axe optique.

4.1.3. Justifier que les rayons lumineux provenant de l'objet sont quasi-parallèles.

On suppose dans la suite que les rayons lumineux provenant de l'objet sont parallèles et inclinés d'un angle $\alpha = 10^{-3} rad$ par rapport à l'axe optique du télescope.

Les images réalisées par le télescope sont recueillies sur une barrette linéaire constituée de N détecteurs CCD. Un détecteur, est un carré de côté $\delta = 13\mu m$ (figure 5).

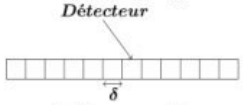


Figure 5

4.1.4. Où doit-on placer la barrette CCD ?

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1846 - Wadifa Info - page 6/8

4.1.5. Tracer avec soin la construction de l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers $(\mathscr{L})$. Caractériser l'image obtenue.

4.1.6. Déterminer la résolution spatiale du télescope, définie par la dimension du plus petit objet sur Terre détectable.

4.1.7. Le satellite Mohammed VI-A, mis en service en 2017, a une résolution de $75cm$. En supposant que le système optique reste le même que celui décrit ci-dessus, quelle doit-être la taille des détecteurs qui forment son capteur CCD ?

4.2. Télédétection en mode panchromatique

L'orbite du satellite est héliosynchrone, c'est-à-dire que l'angle entre le plan de l'orbite et la direction du Soleil est quasi-constant. Le satellite de télédétection observe une large bande terrestre, appelé fauchée, de plusieurs dizaines de kilomètres de large. Les images réalisées par le satellite sont recueillies sur la barrette CCD (figure 6). Un détecteur carré de taille $\delta = 13\mu m$, recueille l'information provenant d'une zone terrestre carrée de taille $d = 10m$, appelée pixel. La fauchée correspondant à la $n^{ème}$ révolution du satellite n'est pas identique à celle de la $(n-1)^{ème}$ révolution.

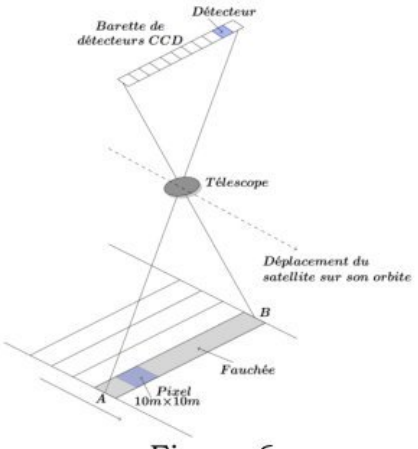


Figure 6

L'orbite du satellite est quasi-polaire, inclinée de $98{,}0°$ par rapport au plan de l'équateur. Elle est décrite avec une période $T = 98\,\text{min}$. La zone terrestre observée évolue à chaque révolution du satellite dont le cycle orbital est de 14,8 jours.

4.2.1. Expliquer le choix d'un satellite quasi-polaire.

4.2.2. Sachant que chaque pixel correspond à un seul détecteur, calculer la largeur de la fauchée balayée sur Terre à chaque passage du satellite.

4.2.3. Pourquoi à chaque révolution du satellite, la zone terrestre observée n'est pas la même ?

4.2.4. De quel angle tourne la Terre entre deux révolutions du satellite ?

4.2.5. De quelle distance d se déplace la fauchée au niveau de l'Équateur entre deux révolutions du satellite ?

4.2.6. Quelles sont les parties du globe les plus fréquemment « couvertes » par le satellite de télédétection au cours d'un cycle orbital ?

4.2.7. Tous les 14,8 jours, le satellite observe à nouveau la même région terrestre. Calculer le nombre N de révolutions que doit effectuer le satellite de télédétection pour réaliser une observation complète de la Terre. Commenter cette valeur au regard de ce qui précède.

Données :

- Masse de la Terre : $M_T \approx 6.10^{24} kg$.
- Rayon moyen de la Terre : $R_T = 6400km$.
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$.
- Intensité du champ de pesanteur terrestre à la surface de la Terre : $g_0 = 9{,}81 m.s^{-2}$.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1846 - Wadifa Info - page 7/8

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج سلك التكوين الأساسي - المدرسة الوطنية العليا للإدارة - دورة 26 نونبر 2016 -

Modèle de concours d'accès au cycle de formation initiale – École Nationale Supérieure de l'Administration – 26 novembre

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/640

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me