- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*

L'épreuve se compose de deux problèmes indépendants.

Problème I – Etude d'un pendule de torsion

1. Détermination de la constante de raideur d'un fil de torsion

On considère un pendule de torsion constitué d'un fil de torsion vertical (F) supportant par son centre une tige horizontale (T) de masse négligeable et de longueur $2l$, aux extrémités A et B de laquelle son fixées deux petites sphères identiques de même masse m. L'extrémité supérieure du fil est reliée à un support fixe. La tige peut tourner autour de l'axe Oz matérialisé par le fil de torsion. Cet axe vertical est orienté vers le haut.

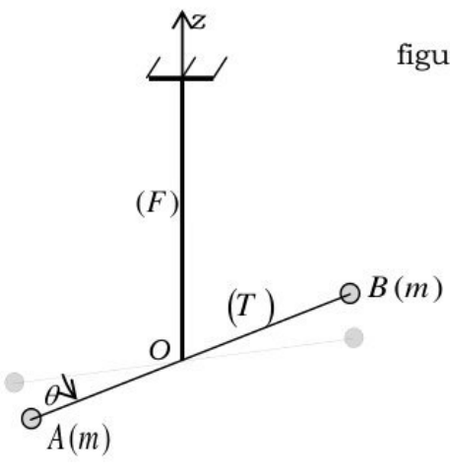

figure 1.1

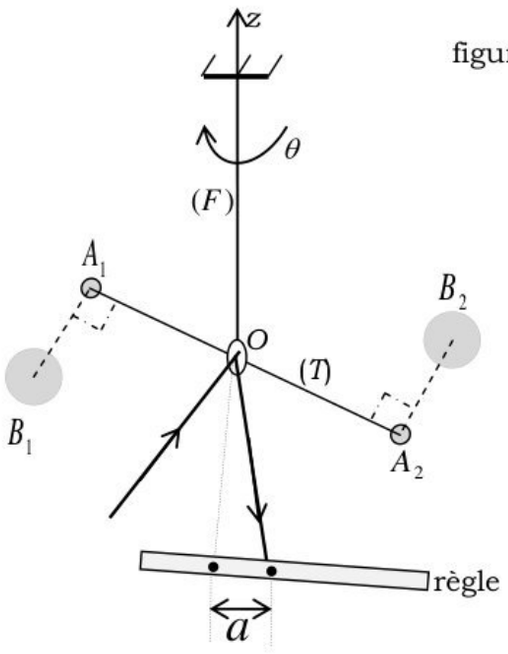

figure 1.2

Lorsqu'on fait tourner la tige selon l'axe du fil d'un angle θ (figure 1.1), on "tord" le fil. Lorsqu'on lâche la tige, le fil se "détord" en exerçant sur la tige un couple de rappel $\Gamma = -C\theta$ où C est la constante de torsion du fil. On suppose qu'au repos, l'angle de torsion est nul.

L'étude du mouvement du pendule est faite dans le référentiel terrestre $R(O,x,y,z,t)$ supposé galiléen auquel on associe la base cartésienne $(\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1841 - Wadifa Info - page 1/8

A l'instant choisi comme origine des temps, le pendule est abandonné avec les conditions initiales $\theta(t=0)=\theta_0$ et $\frac{d\theta}{dt}(t=0)=0$.

1.1. Qu'appelle-t-on référentiel galiléen ?

1.2. Définir le référentiel terrestre. Citer une expérience historique qui a permis de mettre en évidence le caractère non galiléen de ce référentiel. Justifier que dans notre étude, ce référentiel peut être considéré galiléen.

1.3. On suppose dans cette question qu'il n'y a aucun frottement. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ. Donner dans ce cas la loi horaire $\theta(t)$ du mouvement de la barre et exprimer la pulsation ω_0 caractérisant le mouvement du pendule de torsion en fonction des données.

1.4. On tient compte maintenant des frottements sur les masses et on les modélise par une force $\vec{F}=-\lambda\vec{v}$ s'exerçant sur chaque masse m, où $\vec{v}$ est la vitesse de l'une des masses et λ est une constante positive. On néglige cependant les frottements s'exerçant sur la tige.

1.4.1. Quelle est l'origine physique des frottements s'exerçant sur chaque masse ?

1.4.2. En appliquant le théorème du moment cinétique au pendule, montrer que l'équation différentielle du mouvement de l'ensemble {masses+tige} est de la forme : $\frac{d^2\theta}{dt^2}+\beta\frac{d\theta}{dt}+\gamma\theta=0$. Exprimer β et γ et donner leur dimension.

1.4.3. Montrer que la solution de cette équation différentielle peut se mettre sous la forme : $\theta(t)=g(t).\exp(-t/\tau)$ où τ est une constante que l'on exprimera en fonction des données. Sans chercher à expliciter la fonction $g(t)$, décrire brièvement les différents régimes du mouvement du pendule.

1.4.4. A quelle(s) condition(s) sur λ aura-t-on $g(t)=c_1\cos(\omega t)+c_2\sin(\omega t)$? Exprimer alors les constantes c_1, c_2 et ω en fonction des données. On suppose cette condition vérifiée dans la suite.

1.4.5. A quelle condition sur λ l'erreur relative introduite par l'approximation $\omega\approx\omega_0$ est-elle inférieure à 1% ?

1.4.6. Tracer la représentation graphique de $\theta(t)$ en fonction du temps, les courbes enveloppes et la tangente à l'origine de l'enveloppe.

1.4.7. On appelle décrément logarithmique δ la quantité $\delta=\ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+nT)}\right)$, où $T=\frac{2\pi}{\omega}$ est la pseudo-période. Exprimer δ en fonction de T, n et τ.

1.5. Le pendule de torsion oscille de 2 pseudo-périodes pendant 32 s. L'amplitude des oscillations est réduite d'un facteur 3 au bout de 10 oscillations. On prendra pour cette question $2ml^2=2{,}6.10^{-5}\ kg.m^2$ et $l=20\ cm$.

Calculer numériquement à partir de ces valeurs :

(i) la pseudo-période T ;

(ii) le décrément logarithmique δ ;

(iii) la constante de temps τ ;

(iv) la pseudo-pulsation ω et la pulsation propre ω_0 ;

(v) la constante de raideur du fil de torsion C.

2. Application : mesure de la constante de gravitation

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1841 - Wadifa Info - page 2/8

L'interaction de gravitation est l'une des quatre interactions fondamentales de la physique responsables de tous les phénomènes observés dans l'univers. Elle fut introduite en 1687 pour interpréter le mouvement des planètes, le mouvement de la Lune et le mouvement des corps dans le voisinage de la Terre.

2.1. Enoncer la loi de la gravitation universelle. Quel physicien est à l'origine de cette loi ?

2.2. Quelles sont les trois autres interactions fondamentales de la physique ?

2.3. Parmi toutes ces interactions, quelles sont celles existant à l'échelle d'un noyau atomique ?

Pour mesurer la constante de gravitation G, Henry Cavendish utilise, en 1798, une balance de torsion (figure 1.2) identique au pendule décrit dans la partie 1. La tige est suspendue à un fil de torsion de même nature que celui étudié dans la partie précédente et de constante de torsion C'. Les deux masses du pendule de torsion peuvent être soumise à l'attraction de deux grosses boules fixes (B_1) et (B_2) identiques de même masse M dans les centres respectifs B_1 et B_2 sont situés dans le plan horizontal de la tige (T) d'extrémités A_1 et A_2.

En l'absence des boules (B_1) et (B_2), la tige (A_1A_2) occupe une position d'équilibre telle que la torsion du fil soit nulle.

On ramène les deux boules dans deux positions symétriques par rapport au milieu O de la tige (T) telles que les directions (A_1B_1) et (A_2B_2) soient perpendiculaires à la direction de la tige (T) au repos et que $A_1B_1 = A_2B_2 = d$. Les interactions gravitationnelles entres les boules (B_1) et (B_2) et les petites sphères rompent l'équilibre initial du pendule. La tige tourne alors d'un angle α très faible mais mesurable tordant l'extrémité O du fil du même angle.

Afin de mesurer l'angle α, on colle un petit miroir plan en O sur le fil de torsion. On l'éclaire ensuite à l'aide d'une lanterne. Le miroir réfléchit le faisceau lumineux incident et donne un spot lumineux sur une règle graduée. En l'absence de torsion du fil, ce spot coïncide avec le zéro de la règle située à la distance D du fil de torsion. En présence de torsion du fil d'angle α, le spot se déplace sur la règle de la longueur $a = 8{,}89\ mm$.

On négligera l'action de chaque grosse boule sur la petite sphère la plus éloignée.

2.4. Donner l'expression de la force gravitationnelle $\vec{F}_{B_1 \to A_1}$ exercée par la boule (B_1) sur la petite sphère (A_1) et $\vec{F}_{B_2 \to A_2}$ exercée par la boule (B_2) sur la petite sphère (A_2). En déduire le couple $\vec{\Gamma}'$ exercé sur l'ensemble {tige (T) + masses m} par les interactions de gravitation.

2.5. Ecrire la condition d'équilibre de la tige (T). En déduire la relation donnant la constante de gravitation G en fonction de M, m, d, l, C' et α.

2.6. Exprimer littéralement l'angle α en fonction de a et D. Calculer sa valeur numérique en radian et en déduire celle de la constante de gravitation G. Comparer à la valeur estimée aujourd'hui $6{,}67259.10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}.

On donne : $M = 30\ kg$, $m = 50\ g$, $d = 15\ cm$, $l = 5\ cm$, $C' = 5{,}0.10^{-7}\ N.m.rad^{-1}$ et $D = 5{,}0\ m$.

2.7. A partir de ce qui précède, montrer qu'en mesurant la période T_p d'un pendule pesant réalisé en suspendant une des petites sphères de masse m à

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1841 - Wadifa Info - page 3/8

un fil de longueur l et connaissant le rayon R_T de la Terre on pourra déterminer la masse M_T de la Terre. Expliquer qu'on peut aussi déduire la masse des corps célestes.

Problème II – Thermodynamique

1. Généralités

On désigne par P et T respectivement la pression et la température d'un corps pur.

1.1. Donner l'allure du diagramme d'état (P, T) d'un corps pur pouvant exister sous trois phases solide, liquide et vapeur en précisant la signification des courbes et des domaines qu'elles délimitent. Définir le point triple et le point critique.

1.2. Quelle est la particularité du diagramme d'état de l'eau ? Expliquer la cause de cette particularité.

1.3. Représenter l'allure des courbes d'ébullition et de rosée sur le diagramme de Clapeyron (P, v). On note T_C la température du point critique. Tracer sur ce diagramme l'allure des trois isothermes $T < T_C$, $T = T_C$ et $T > T_C$ d'un corps pur constitué de deux phases liquide et vapeur en équilibre. Définir la pression de la vapeur saturante.

1.4. On désigne par $h(T)$ l'enthalpie massique d'un corps pur à la température T. Montrer que le titre massique en vapeur est donné par :

$$x_v = \frac{h(T) - h_l(T)}{h_v(T) - h_l(T)} = \frac{s(T) - s_l(T)}{s_v(T) - s_l(T)}.$$

Les indices l et v sont relatifs respectivement à la phase liquide et la phase vapeur du corps.

1.5. Donner l'expression de la chaleur latente de vaporisation $L_v(T)$ du corps pur à la température T en fonction de $h_l(T)$ et $h_v(T)$.

1.6. La variation élémentaire de l'entropie massique d'un corps pur à l'état liquide, en fonction de la pression P et de la température T est donnée par : $ds = c_l \frac{dT}{T} - \alpha v_l dP$, où c_l et α désignent respectivement la capacité thermique massique du corps pur à l'état liquide et le coefficient de dilatation isobare du corps. Les deux grandeurs c_l et α sont supposées indépendantes de la température et de la pression. Le volume massique v_l est supposé indépendant de la pression.

1.6.1. Quelle est la caractéristique d'une transformation adiabatique quasi-statique ?

1.6.2. Calculer la variation $\Delta T = T_2 - T_1$ de la température de l'eau liquide lors d'une compression adiabatique quasi-statique amenant le fluide de l'état 1 $(T_1 = 306\ K,\ P_1 = 0{,}05\ bar)$ à l'état 2 $(T_2,\ P_2 = 55\ bar)$. Commenter.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1841 - Wadifa Info - page 4/8

On donne $v_l = 10^{-3}\ m^3.kg^{-1}$, $c_l = 4{,}18\ \text{kJ}.kg^{-1}.K^{-1}$ et $\alpha = 3{,}5.10^{-4}.K^{-1}$.

2. Etude d'une centrale thermique motrice

On se propose d'étudier un circuit secondaire d'une centrale thermique motrice. Le circuit secondaire est constitué par une machine à vapeur permettant la rotation d'un alternateur.

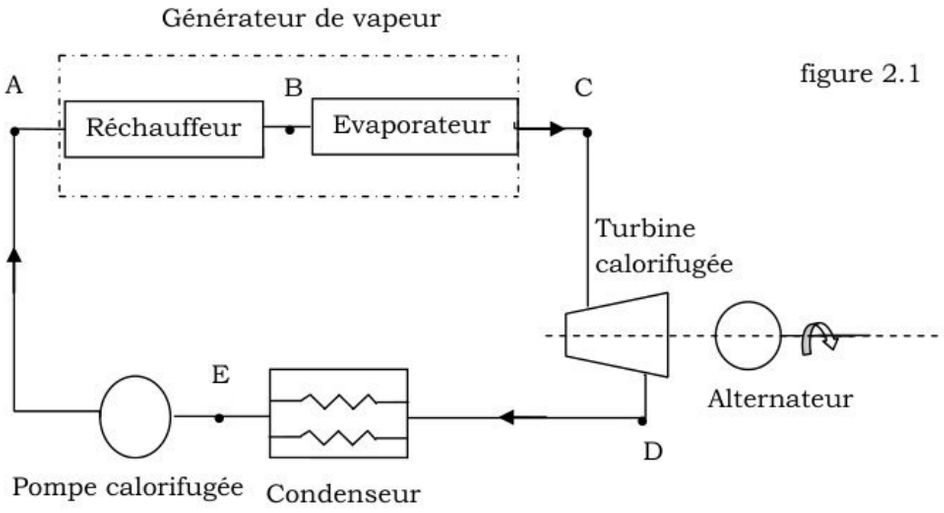

figure 2.1

Le schéma de la figure 2.1 décrit le fonctionnement d'une machine réelle. Elle comprend principalement quatre éléments : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation. Le générateur de vapeur (chaudière) produit de la vapeur saturée qui traverse la turbine où elle se détend avant de se condenser, puis l'eau condensée retourne à la chaudière à travers la pompe alimentaire.

Les différentes étapes du cycle décrit par une masse d'eau égale à $m = 1\ kg$ sont les suivantes :

$A \to B \to C$: dans la chaudière, l'eau sous forme liquide est chauffée de façon isobare de la température $T_A = 33\ °C$ à la température $T_B = 270\ °C$ sous la pression $P_A = 55\ bars$ puis vaporisée totalement de façon à l'amener à l'état de vapeur juste saturante.

$C \to D$: de la vapeur saturante sèche à la pression P_A est introduite dans la turbine où elle se détend de façon isentropique jusqu'à une pression $P_D = 0{,}05\ bar$. Dans l'état D, l'eau se trouve sous deux phases liquide – vapeur en équilibre. La turbine entraîne la rotation de l'alternateur.

$D \to E$: l'eau est évacuée dans un condenseur où la condensation s'achève à la pression P_D.

$E \to A$: une pompe élève ensuite la pression de l'eau liquide de façon isentropique de P_D à P_A puis l'eau est chauffée et vaporisée dans la chaudière à pression constante P_A.

Données :

Température ($°C$)	Pression (bar)	Entropie massique ($kJ.K^{-1}.kg^{-1}$)		Enthalpie massique ($kJ.kg^{-1}$)	
		Liquide saturant	Vapeur saturante	Liquide saturant	Vapeur saturante
270	55	2,97	5,92	1184	2787
33	0,05	0,475	8,39	138	2560

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1841 - Wadifa Info - page 5/8

On rappelle que l'entropie massique d'un corps pur sous deux phases liquide – vapeur en équilibre s'écrit : $s(x_v,T)=c_l Ln(T)+x_v\dfrac{L_v(T)}{T}+s_0$, s_0 étant une constante.

2.1. Représenter l'allure du cycle $ABCDEA$ dans le diagramme de Clapeyron (P,v) faisant apparaître la courbe de saturation de l'eau. On positionnera les points A, B, C, D et E en justifiant sans faire de calcul leur position et on indiquera le sens de parcours du cycle.

2.2. Représenter le cycle $ABCDEA$ dans le diagramme entropique (T,s). Expliquer qualitativement comment on peut sur un tel diagramme évaluer le rendement du cycle.

2.3. Le travail des forces de pesanteur ainsi que la variation d'énergie cinétique subie par l'unité de masse du fluide sont supposés négligeables devant les autres quantités d'énergie échangées. Montrer que, pour un fluide en écoulement permanent, le premier principe de la thermodynamique, relatif à l'unité de masse s'écrit : $\Delta h = w_u + q$ où w_u et q représentent respectivement le travail massique utile et la chaleur massique échangés avec l'extérieur.

2.4. Calculer le travail massique de compression lors de la compression isentropique du liquide $E \to A$.

2.5. Déterminer la valeur numérique du titre $x_{vD}(T_D)$ et celle de l'enthalpie massique $h_D(T_D)$ de la vapeur d'eau à la sortie de la turbine.

2.6. Préciser en le justifiant les signes des quantités de chaleurs massiques q_1 et q_2 que l'eau échange avec l'extérieur respectivement dans le condenseur et dans le générateur de vapeur. Calculer q_1 et q_2.

2.7. Calculer le travail utile w_{Tu} fourni par 1 kg de vapeur d'eau à la turbine lors de son passage.

2.8. Donner la définition du rendement thermodynamique η_R du cycle du circuit secondaire de la centrale thermique. Donner son expression et calculer sa valeur numérique. Comparer η_R au rendement η_C du cycle de Carnot décrit entre les mêmes températures extrêmes T_A et T_B. Conclure.

2.9. Expliquer pourquoi le cycle de Rankine est plus avantageux que le cycle de Carnot d'un point de vue pratique.

3. Augmentation du rendement

On désire augmenter le rendement de la machine thermique. On réalise alors une machine fonctionnant suivant le cycle de Hirn. Pour cela, on ajoute un surchauffeur à la centrale thermique. La vapeur fournie par la chaudière (point C) est maintenant portée à une température $T_{C'}$ supérieure à la température T_C de saturation, à la pression constante P_A, dans le surchauffeur avant d'être admise dans la turbine (figure 2.2). Le reste du cycle demeure inchangé.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1841 - Wadifa Info - page 6/8

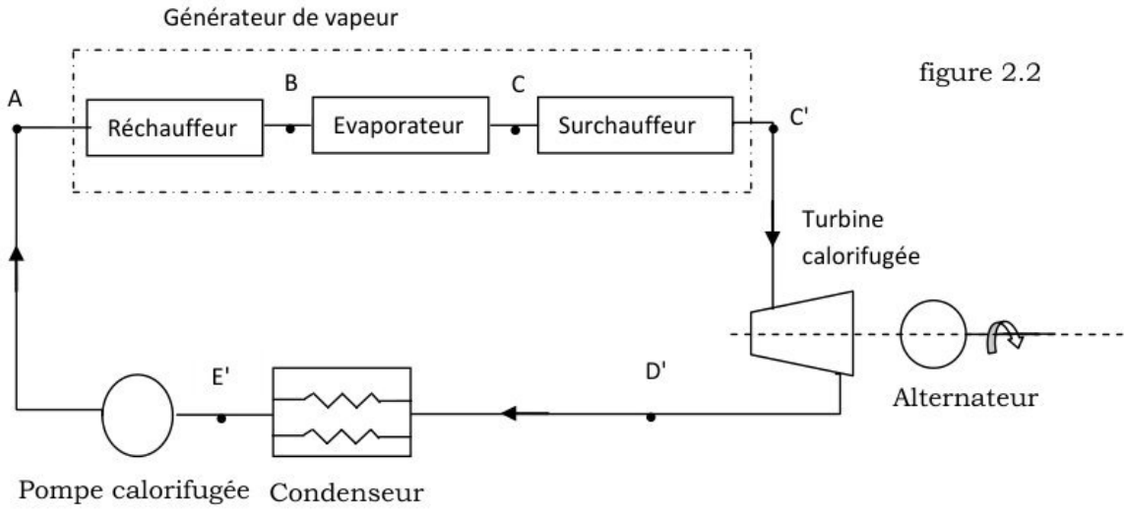

figure 2.2

Données : Vapeur d'eau surchauffée à $55\ bars$ **.**

Température $T_{C'}(°C)$	400	500	600	700
Entropie massique $(kJ.K^{-1}.kg^{-1})$	6,58	6,92	7,2	7,46
Enthalpie massique $(kJ.kg^{-1})$	3182	3426	3660	3894

3.1. Représenter l'allure du nouveau cycle $ABCC'D'E'A$ dans le diagramme de Clapeyron (P,v) faisant apparaître la courbe de saturation de l'eau (on ne fera aucun calcul).

3.2. Représenter l'allure du nouveau cycle $ABCC'D'E'A$ dans le diagramme entropique (T,s).

3.3. Expliquer pourquoi on ne doit pas faire fonctionner la turbine avec de la vapeur humide.

3.4. En utilisant les données et les résultats précédents, déterminer pour les différentes valeurs de la température $T_{C'}$:

3.4.1. la quantité de chaleur q_S fournie à $1\,kg$ de vapeur dans le surchauffeur,

3.4.2. le titre $x_{vD'}$ de la vapeur en fin de détente à la sortie de la turbine,

3.4.3. l'enthalpie massique $h_{D'}$ de la vapeur humide au point D'.

3.4.4. le travail massique w'_{Tu} fourni à la turbine,

3.4.5. le rendement thermodynamique η_H du cycle du circuit secondaire de la centrale thermique. Commenter.

3.5. Quel est le paramètre qui limite la valeur du rendement η_H ?

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1841 - Wadifa Info - page 7/8

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج سلك التكوين الأساسي - المدرسة الوطنية العليا للإدارة - دورة 26 نونبر 2016 -

Modèle de concours d'accès au cycle de formation initiale – École Nationale Supérieure de l'Administration – 26 novembre

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/640

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me