- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

L'épreuve se compose de deux problèmes indépendants.

1er Problème

Thermodynamique

1ère partie : étude d'une cogénération

Données :

- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}32$ J.K^{-1}.mol^{-1} ;
- Masse molaire de l'air : $M_{air} = 29{,}0$ g.mol^{-1} ;
- Masse molaire du méthane : $M_m = 16{,}0$ g.mol^{-1} ;
- Masse molaire de l'eau : $M_e = 18{,}0$ g.mol^{-1} ;
- Capacité thermique massique de l'eau supposée constante : $c_e = 4{,}18$ kJ.kg^{-1}.K^{-1} ;
- 1 bar = 10^5 Pa.

La cogénération est une technique qui consiste à produire, avec une même machine et à partir d'un seul combustible (en général le gaz naturel), de l'électricité et de la chaleur. Elle permet d'obtenir un rendement global (électricité-thermique) plus élevé que celui résultant d'une production par filière séparée. L'économie d'énergie primaire est de l'ordre de 20 %.

Le synoptique de fonctionnement du dispositif est donné par la figure 1.

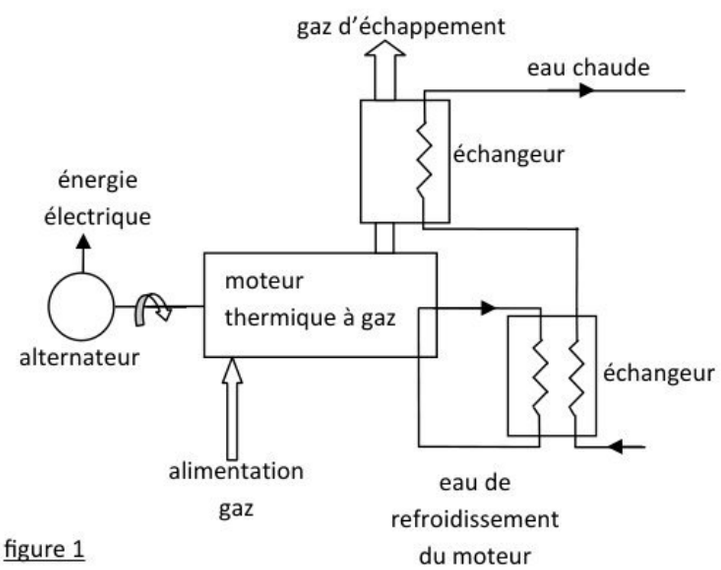

figure 1

Le moteur, alimenté en gaz naturel considéré comme du méthane, est couplé à un alternateur pour la fourniture du courant électrique. Les deux échangeurs thermiques

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1838 - Wadifa Info - page 1/9

permettent de récupérer la chaleur dégagée par le moteur et les gaz d'échappement et produire l'eau chaude destinée au chauffage.

1.1. Généralités sur les moteurs thermiques

Un moteur ditherme est un système fermé échangeant un travail W avec l'extérieur, une chaleur Q_F avec une source froide (température T_F) et une chaleur Q_C avec une source chaude (température T_C).

1.1.1. Représenter par un schéma de principe un moteur ditherme en faisant apparaître, les sources de chaleur, et le sens des échanges d'énergie.

1.1.2. Exprimer le rendement η du moteur ditherme en fonction de Q_C et Q_F.

1.1.3. Quelle est l'expression du rendement maximal η_{max} du moteur ditherme dont le fonctionnement est décrit par le cycle de Carnot. On définira le cycle de Carnot.

1.1.4. Existe-t-il à priori, un moteur de plus grande performance, à T_F et T_C données ?

1.2. Second principe de la thermodynamique

1.2.1. Enoncer le second principe de la thermodynamique. Donner sa formulation mathématique. Expliquer pourquoi ce principe est un principe d'évolution.

1.2.2. Donner l'expression de la variation dS de l'entropie d'un gaz parfait au cours d'une transformation élémentaire en fonction de dT et dV.

1.2.3. On rappelle l'équation de Laplace liant la température T et le volume V pour un gaz parfait : $TV^{(\gamma-1)}$ = constante. Retrouver cette relation et préciser les conditions de sa validité.

1.3. Etude du moteur thermique

Le moteur thermique de la cogénération, analogue à ceux des automobiles à essence, fonctionne selon le cycle théorique de Beau de Rochas :

- premier temps : de A à B, admission à pression constante $P_A = P_B$ = 2,00 bar du mélange {air, gaz naturel}, à la température T_B = 300 K ;
- deuxième temps : de B à C, compression adiabatique réversible ;
- troisième temps :
  - de C à D, combustion interne du mélange à volume constant ;
  - de D à E, détente adiabatique réversible des gaz d'échappement ;
- quatrième temps :
  - de E à B, refroidissement isochore grâce aux échangeurs ;
  - de B à A, échappement des gaz brûlés à pression constante.

Le moteur est constitué de 16 cylindres représentant une cylindrée totale $V_B - V_A$ = 71,0 L. Le rapport de compression volumétrique est $r_{cv} = V_B/V_A$ = 11,7. La vitesse de rotation de son arbre est ω = 1500 tours/min. Un cycle correspond à deux tours de l'arbre moteur.

Les transformations sont supposées quasi statiques. Les gaz sont assimilés à un gaz parfait dont le rapport des capacités thermiques massiques à pression et volume constants vaut $\gamma = c_p/c_v$ = 1,32. On admet que la combustion ne modifie pas le nombre de moles de gaz.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1838 - Wadifa Info - page 2/9

1.3.1. Représenter l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron $P = P(V)$. Placer sur ce diagramme les points A, B, C, D et E en précisant le sens de parcours du cycle.

1.3.2. Calculer la durée τ_c d'un cycle.

1.3.3. Calculer la masse m_{air} d'air admise dans les cylindres à chaque cycle. Pour faire ce calcul et uniquement pour cette question, on néglige la masse de gaz naturel introduite. En déduire le débit massique d'air d_{air} à l'admission.

1.3.4. Le débit massique de gaz naturel à l'admission est $d_{gn} = 7{,}80.10^{-2}$ kg.s^{-1} et le débit massique des gaz d'échappement est $d_{gé} = 2{,}140$ kg.s^{-1}. En effectuant un bilan de masse, retrouver le débit massique d'air d_{air} à l'admission obtenu en question **1.3.3.**

1.3.5. Calculer la température T_C du mélange gazeux {air, gaz naturel} en fin de compression.

1.3.6. Calculer les nombres de moles de gaz naturel n_{gn} et d'air n_{air} admises dans les cylindres à chaque cycle.

1.3.7. Etablir l'expression puis calculer la valeur numérique du travail W_{BC} reçu par le mélange supposé idéal au cours de la compression pour un cycle.

1.3.8. La combustion interne du mélange libère une puissance thermique $P_C = 3470$ kW. Le travail W_{DE} cédé par les gaz d'échappement au cours de la détente pour un cycle est $W_{DE} = -155{,}1$ kJ.

1.3.8.1. Calculer le rendement thermodynamique η du moteur.

1.3.8.2. Sachant que l'alternateur produit $P_E = 1200$ kW de puissance électrique, calculer le rendement η_{CE} de la conversion énergie chimique de combustion -> énergie électrique.

1.4. Etude des échangeurs thermiques

1.4.1. Le premier échangeur, haute température, refroidit directement le moteur grâce à une circulation d'eau sous pression qui rentre dans le moteur à $\theta_e = 82$ °C et en sort à $\theta_s = 92$ °C. Etablir l'expression de la puissance thermique P_{th} récupérée par l'eau grâce à cet échangeur. En déduire le débit volumique D_e de l'eau dans l'échangeur pour récupérer une puissance thermique $P_{th} = 656$ kW. On donne la masse volumique de l'eau à la température moyenne d'échange $\mu_e = 968$ kg.m^{-3}.

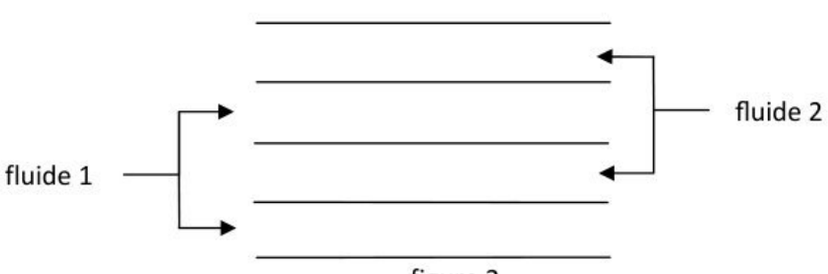

figure 2

1.4.2. Le deuxième échangeur, basse température, est un échangeur à plaques où les gaz d'échappement et l'eau circulent à contre courant. Il permet de récupérer une puissance thermique $P'_{th} = 967$ kW. Expliquer qualitativement pourquoi la circulation des fluides à contre-courant (figure 2) augmente l'efficacité de l'échangeur par rapport à une circulation à co-courant. Tracer l'allure des graphes donnant l'évolution de la température le long de l'échangeur pour chaque fluide. On les notera T_{f1} et T_{f2}.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1838 - Wadifa Info - page 3/9

1.4.3. Calculer le rendement $\eta_{é}$ de la conversion énergie chimique de combustion -> énergie thermique pour les deux échangeurs.

2ème problème

Electromagnétisme

Le présent problème propose l'étude du dipôle électrique en régime statique puis en régime variable. Aucune connaissance sur le rayonnement dipolaire n'est nécessaire pour traiter la deuxième partie de ce problème. On s'intéresse dans une troisième partie à la réflexion d'une onde électromagnétique sur une cible mobile.

Il est à signaler que les parties composant ce problème sont largement indépendantes entre elles.

Données :

- Vitesse de la lumière dans le vide : c = 3.10^8 m.s^{-1} ;
- $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} ;
- $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$;
- $\int_0^{\pi} (\sin(\theta))^3 d\theta = \frac{4}{3}$.
- Les vecteurs $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ désignent les vecteurs unitaires selon les axes *Ox*, *Oy*, *Oz* du repère *R*(*O*, *x*, *y*, *z*). Les vecteurs $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_\varphi$ désignent les vecteurs unitaires de la base associée aux coordonnées sphériques (r, θ, φ) d'un point *M* de l'espace.

1. Dipôle électrostatique

Un dipôle électrostatique est constitué de deux charges ponctuelles -*q* et +*q* placées sur l'axe *Oz*. La charge -*q* est située en *N*(*z* = -*a*/2) et l'autre charge +q est placée en *P*(*z* = +*a*/2), a > 0.

1.1. Donner l'expression du moment dipolaire électrique $\vec{p}_0$ de la distribution décrite ci-dessus en fonction des données. Quelle est son unité ?

1.2. Donner l'expression du potentiel électrostatique $V_+(M)$ créé au point *M* de l'espace par la charge ponctuelle +*q*.

1.3. En fixant, par convention, le potentiel à l'infini égal à 0, donner l'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ créé par les deux charges au point *M*.

1.4. Justifier clairement que le champ électrostatique créé par les deux charges au point *M* s'écrit sous la forme $\vec{E}(M) = E_r(r,\theta)\vec{e}_r + E_\theta(r,\theta)\vec{e}_\theta$ et que $V(M) = V(r,\theta)$.

1.5. Les deux charges sont maintenant très proches l'une de l'autre, et l'on s'intéresse à l'expression du potentiel électrostatique en un point *M* tel que *r* >> *a*. Etablir alors l'expression approchée du potentiel $V(M)$. On se limitera à l'ordre 1 en *a*/*r*.

1.6. Etablir l'équation des équipotentielles loin du dipôle en coordonnées sphériques.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1838 - Wadifa Info - page 4/9

1.7. Déterminer les composantes radiale et orthoradiale du champ électrostatique créé par le dipôle loin de celui-ci.

1.8. Etablir l'équation des lignes de champ loin du dipôle en coordonnées sphériques.

1.9. Dessiner l'allure des équipotentielles et des lignes de champ dans le plan φ = constante en n'oubliant pas d'orienter ces dernières.

2. Dipôle électrique oscillant

On modélise un dipôle électrique oscillant par une charge $-q$ fixe à l'origine O du référentiel $R(O, x, y, z)$ et par une charge $+q$ au point P de l'axe Oz. La charge +q est animée le long de cet axe d'un mouvement sinusoïdal de pulsation ω et d'équation : $z(t) = a\cos(\omega t) = R_e\left(a\exp\left[-j\omega t\right]\right)$, $a > 0$ et $j^2 = -1$.

On définit, en régime variable, le moment dipolaire du dipôle électrique oscillant par $\vec{p}(t) = p(t)\vec{e}_z$, avec $p(t) = p_0\cos(\omega t)$ et $p_0 = qa$.

Le calcul du champ électromagnétique $(\underline{\vec{E}}(M,t), \underline{\vec{B}}(M,t))$ créé par le dipôle $\vec{p}(t)$ en un point M de coordonnées sphériques (r, θ, φ) donne, en notation complexe et dans les conditions où r >> a et λ >> a ; λ étant la longueur d'onde associée à l'onde électromagnétique émise par le dipôle :

$$\underline{\vec{E}}(M,\ t) = \frac{p_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[2\ (1 - jkr)\cos(\theta)\vec{e}_r + (1 - jkr - (kr)^2)\sin(\theta)\vec{e}_\theta\right]\exp\left[-j(\omega t - kr)\right]$$

et

$$\underline{\vec{B}}(M,t) = -j\frac{\mu_0\omega p_0}{4\pi r^2}(1 - jkr)\sin(\theta)\exp\left[-j(\omega t - kr)\right]\vec{e}_\varphi\ ;$$

k étant le module d'onde associé à l'onde électromagnétique émise. On pose $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ avec c la vitesse de l'onde dans le vide.

2.1. Commenter qualitativement les deux approximations : $r >> a$ et $\lambda >> a$.

2.2. Justifier le terme kr dans la phase instantanée du champ électromagnétique.

2.3. Montrer que l'expression du champ électromagnétique est en accord avec la symétrie du problème.

2.4. Que devient le champ électromagnétique en régime quasi stationnaire ?

2.5. Que devient le champ électromagnétique en régime stationnaire ? Commenter.

2.6. On s'intéresse dans la suite de cette partie au champ électromagnétique au voisinage d'un point situé à grande distance du point O où se trouve le dipôle. Dans cette zone, appelée zone de rayonnement, le champ électromagnétique a pour expressions :

$$-\frac{\mu_0 p_0\omega^2}{4\pi rc}\sin(\theta)\exp\left[-j(\omega t - kr)\right]\vec{e}_\varphi \text{ et } -\frac{\mu_0 p_0\omega^2}{4\pi r}\sin(\theta)\exp\left[-j(\omega t - kr)\right]\vec{e}_\theta$$

2.6.1. Identifier parmi les deux expressions ci-dessus, celle du champ électrique $\underline{\vec{E}}(M,t)$ et celle du champ magnétique $\underline{\vec{B}}(M,t)$. Justifier votre réponse.

2.6.2. Donner l'expression de l'amplitude $E_m(r,\theta)$ du champ électrique en un point M en fonction de r et θ.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1838 - Wadifa Info - page 5/9

2.6.3. Que vaut le rapport $\frac{E}{B}$? Montrer que dans la zone dite de rayonnement, le champ électromagnétique créé par le dipôle électrique oscillant a localement la structure d'une onde électromagnétique plane progressive. Préciser sa direction de propagation et son état de polarisation.

2.6.4. Calculer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_e$ correspondant à l'onde rayonnée ainsi que sa valeur moyenne $<\vec{\Pi}_e>$ dans le temps. Montrer que cette moyenne s'écrit sous la forme $<\vec{\Pi}_e> = \frac{1}{8}\mu_0 c\left(\frac{I_m a \sin(\theta)}{\lambda r}\right)^2 \vec{e}_r$. Exprimer la grandeur I_m en fonction de a, ω et p_0 et donner son unité. Décrire la variation spatiale de $<\Pi_e>$, module de $<\vec{\Pi}_e>$.

2.6.5. Calculer la puissance électromagnétique moyenne $<P_e>$ rayonnée dans tout l'espace à travers la sphère de centre O et de rayon r. On l'exprimera en fonction de I_m, λ, a, μ_0 et c, puis en fonction de $E_m(r) = E_m(r, \theta = \frac{\pi}{2})$, r, μ_0 et c.

2.6.6. On définit la résistance de rayonnement du dipôle par la résistance R_e du conducteur ohmique qui, parcouru par un même courant de valeur maximale I_m, dissiperait la même puissance par effet Joule. Donner l'expression de R_e en fonction de λ, a, μ_0 et c.

2.6.7. Sachant que l'amplitude du champ électrique détecté par un récepteur situé à la distance r, dans le plan xOy, est $E_m(r)$, calculer la puissance $<P_e>$ nécessaire d'émission pour r = 10 km puis pour r = 1000 km. On donne : $E_m(r) = 10^{-3} V.m^{-1}$.

3. Application : réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait

Un radar a pour but de déterminer la position d'une cible, mais aussi sa vitesse grâce à l'*effet Doppler*. La fréquence f_r de l'onde électromagnétique réfléchie par la cible mobile est différente de la fréquence f_i de l'onde émise par l'antenne émettrice du radar. Dans le voisinage d'un point situé à grande distance du point O où se trouve l'émetteur, le champ électromagnétique est pratiquement uniforme. D'autre part, en tenant compte du résultat de la question **2.6.3.**, on peut caractériser l'onde électromagnétique rayonnée dans cette zone par le champ électrique : $\underline{\vec{E}}_i(M,t) = \vec{E}_0 \exp\left[-j(\omega_i t - \vec{k}_i.\vec{r})\right]$. Afin de simplifier, on choisit $\vec{E}_0 = E_0 \vec{e}_y$ et $\vec{k}_i = k_i \vec{e}_x$. Cette onde, dite incidente, se propage dans l'air assimilé au vide et tombe en incidence normale sur un plan conducteur parfait de côte X (figure 1).

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1838 - Wadifa Info - page 6/9

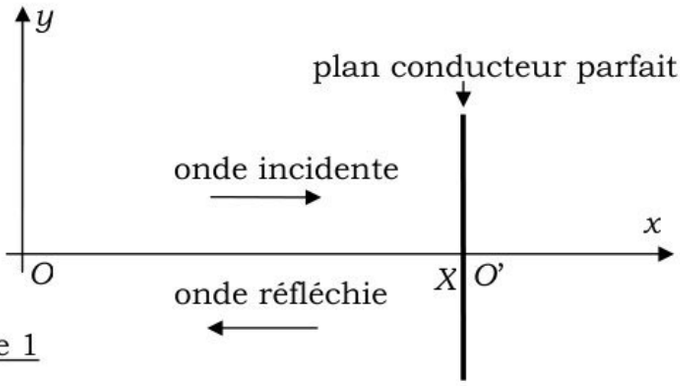

figure 1

3.1. Rappeler l'équation de propagation du champ électrique et vérifier que le champ $\underline{\vec{E}}_i(M,t)$ satisfait cette équation. En déduire la relation entre k_i et ω_i.

3.2. Quel est l'état de polarisation de l'onde incidente ? Quelle est sa direction de propagation ?

3.3. Déterminer l'expression du champ magnétique $\underline{\vec{B}}_i(M,t)$ de cette onde.

3.4. Quelle est la définition d'un conducteur parfait ? Justifier que le champ électromagnétique est nul dans un tel conducteur.

3.5. Rappeler en se servant d'un schéma clair les relations de passage des champs électrique et magnétique à l'interface air-conducteur parfait.

3.6. Comment justifier l'existence d'une onde électromagnétique réfléchie ? On admet que cette onde est plane progressive monochromatique de champ électrique : $\underline{\vec{E}}_r(M,t) = \underline{\vec{E}}_{0r} \exp\left[-j(\omega_r t - \vec{k}_r.\vec{r})\right]$. En exploitant la relation de passage, déterminer $\underline{\vec{E}}_{0r}$, ω_r et $\vec{k}_r$. En déduire le champ magnétique $\underline{\vec{B}}_r(M,t)$ de l'onde réfléchie.

Le plan conducteur parfait est en réalité une cible mobile le long de l'axe Ox à la vitesse constante $\vec{v} = v\vec{e}_x$ ($v << c$) par rapport au référentiel $R(O, x, y, z)$ supposé galiléen lié à l'émetteur fixe. On note $R'(O', x, y, z)$ le référentiel lié à la cible (assimilée à un plan conducteur parfait) en translation par rapport à R. L'onde incidente de champ $\underline{\vec{E}}_i(M,t) = E_0 \exp\left[-j(\omega_i t - k_i x)\right]\vec{e}_y$ est réfléchie par la cible et donne naissance à une onde réfléchie de champ $\underline{\vec{E}}_r(M,t) = r_a E_0 \exp\left[-j(\omega_r t + k_r x)\right]\vec{e}_y$. Ces deux champs sont mesurés dans le référentiel fixe R.

3.7. Etablir, dans le cadre de la mécanique non relativiste, l'expression des champs électriques incident $\underline{\vec{E}'}_i(M,t)$ et réfléchi $\underline{\vec{E}'}_r(M,t)$ mesurés dans le référentiel mobile R'. Montrer que ces deux champs se mettent sous la forme : $\underline{\vec{E}'}_i(M,t) = \left(1-\frac{v}{c}\right)\underline{\vec{E}}_i(M,t)$ et $\underline{\vec{E}'}_r(M,t) = \left(1+\frac{v}{c}\right)\underline{\vec{E}}_r(M,t)$.

3.8. Etablir l'expression de X en fonction du temps t.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1838 - Wadifa Info - page 7/9

3.9. Ecrire la relation de passage du champ électrique en $x = X$ dans le référentiel mobile *R'*. En déduire le coefficient r_a de réflexion de l'onde pour l'amplitude et la fréquence f_r de l'onde réfléchie mesurée dans le référentiel *R*. On exprimera ces deux grandeurs en fonction de la fréquence f_i de l'onde incidente, de v et de *c*. Commenter.

3.10. Exprimer la diminution relative de fréquence par réflexion sur le conducteur mobile.

3.11. Un détecteur d'onde électromagnétique convertit l'onde réfléchie par la cible en un signal électrique $u_r(t) = U_r \cos(2\pi f_r t + \Phi)$. Un oscillateur de référence fournit un signal électrique synchrone du signal d'émission $u_i(t) = U_i \cos(2\pi f_i t)$. Ces deux signaux sont ensuite appliqués à un multiplieur de constante *k'* qui délivre en sortie le signal $u_s(t) = k' u_i(t) u_r(t)$.

3.11.1. Donner le spectre de la tension $u_s(t)$.

3.11.2. Le multiplieur est-il un composant linéaire ? Justifier votre réponse.

3.12. Le signal $u_s(t)$ est envoyé sur un filtre électrique. Déterminer la nature de ce filtre pour que l'on récupère en sortie un signal permettant la mesure de la fréquence $\Delta f = |f_r - f_i|$. Proposer un schéma simple de ce filtre en précisant les conditions de son bon fonctionnement.

3.13. Application numérique : Un véhicule circulant en agglomération (vitesse limitée à 60 km/h) est contrôlé par un radar *Doppler* de la police (f_i = 24,125 GHz). Au passage du véhicule l'onde écho est de fréquence $f_r = f_i - 2500$ Hz. On suppose que l'angle entre l'axe du faisceau radar et l'axe de déplacement du véhicule mesuré est nul.

3.13.1. Calculer la longueur d'onde λ de l'onde émise par le *radar*.

3.13.2. A partir de quelle distance peut-on se situer dans la zone de rayonnement du radar ?

3.13.3. Ce véhicule est-il en infraction ?

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1838 - Wadifa Info - page 8/9

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج سلك التكوين الأساسي - المدرسة الوطنية العليا للإدارة - دورة 26 نونبر 2016 -

Modèle de concours d'accès au cycle de formation initiale – École Nationale Supérieure de l'Administration – 26 novembre

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/640

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me