

Epreuve de Génie Mécanique

Temps conseillé : 3 heures

Aucun document n'est autorisé

Calculatrice autorisée

L'épreuve de génie mécanique comporte :

- le texte de l'épreuve (pages numérotées de 1/7 à 7/7)
- 3 documents techniques (pages numérotées de 1/3 à 3/3)
- 2 documents réponses (pages numérotées 1/2 et 2/2)

Le sujet de l'épreuve GM se compose des parties suivantes :

Présentation

- A- Etude du mouflage du câble.
- B- Etude du balancement de la charge.
- C- Etude du frein à mâchoire.
- D- Etude de la résistance des axes des galets.
- E- Description fonctionnelle.

Les parties (A, B, C, D et E) sont **indépendantes**.

Le candidat devra composer et rendre obligatoirement, **(même vides)** :

- le cahier des réponses réservé à l'épreuve
- les deux documents réponses.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

PONT ROULANT BIPOUTRE

Présentation :

Dans les ateliers de production de grandes pièces mécaniques, on a souvent besoin de déplacer ces dernières d'un poste à un autre, l'une des solutions fréquemment utilisée est le pont roulant . (fig1, doc1/3)

C'est un système de manutention suspendu au dessus de l'atelier, et qui peut effectuer deux translations afin d'atteindre toutes les zones de production.

Il est constitué des principaux éléments suivants :

Le corps du pont : Formé par deux poutres et deux sommiers rigidement liés, et équipé de galets de roulement pour effectuer le mouvement linéaire, appelé **translation**, sur des rails. (fig1, doc1/3). Deux galets sont simples et deux autres sont entraînés par des **moto-réducteurs de translation** équipés de freins autobloquants par manque de courant (fig2, doc2/3).

Le treuil : lui aussi formé par :

Le corps du treuil : équipé de deux galets simples et deux autres entraînés par des **moto-réducteurs de direction** équipés eux aussi de freins autobloquants par manque de courant. (fig3, doc2/3). Le mouvement linéaire effectué est appelé **direction**.

Le moteur de levage : qui génère la puissance nécessaire pour lever la charge.

Le réducteur à engrenages : qui transmet la puissance du moteur vers le tambour.

Le tambour : qui permet d'enrouler ou de dérouler le câble de levage.

Le frein à mâchoires : qui permet de freiner le tambour au moment où le moteur de levage n'est pas alimenté. Ce frein est monté sur l'axe du moteur de levage. (fig4, doc3/3)

Le câble et ses accessoires : (fig5, doc3/3) Il n'est pas relié directement au crochet mais enroulé sur des poulies, cette technique s'appelle **mouflage du câble** ; quatre brins sont ainsi formés à partir du même câble.

Ci-dessous sont données quelques caractéristiques du pont roulant étudié :

Capacité de charge	12500 kg (12,5 tonnes)
Diamètre du câble	15 mm
Course (verticale) du crochet	9 mètres (9 m)
Portée (voir fig1, doc1)	16 mètres (16m)
Vitesse de levage	Petite vitesse 0,8 m/min - Grande vitesse 5 m/min
Vitesse de translation	Petite vitesse 10 m/min - Grande vitesse 40 m/min
Vitesse de direction	Petite vitesse 5 m/min - Grande vitesse 20 m/min
Masse du pont roulant seul	4500 kg (4,5 tonnes)

A- Etude du mouflage du câble :**Question A1 : (voir document réponse 1/2) :**

- Hypothèses :
- Les poids du câble et du crochet sont négligés.
 - Les brins sont tous de direction verticale.
 - L'effort de traction **que subit un brin** est noté **T** (Tension du brin).
 - Le couple appliqué sur le tambour pour soulever la charge est noté **C_t**.
 - lorsque le nombre de brins est supérieur à 1, les tensions exercées sur chacun d'eux sont **identiques**.

- Données :
- Rayon du tambour noté **R_t**.
 - Poids de la charge noté **P**.

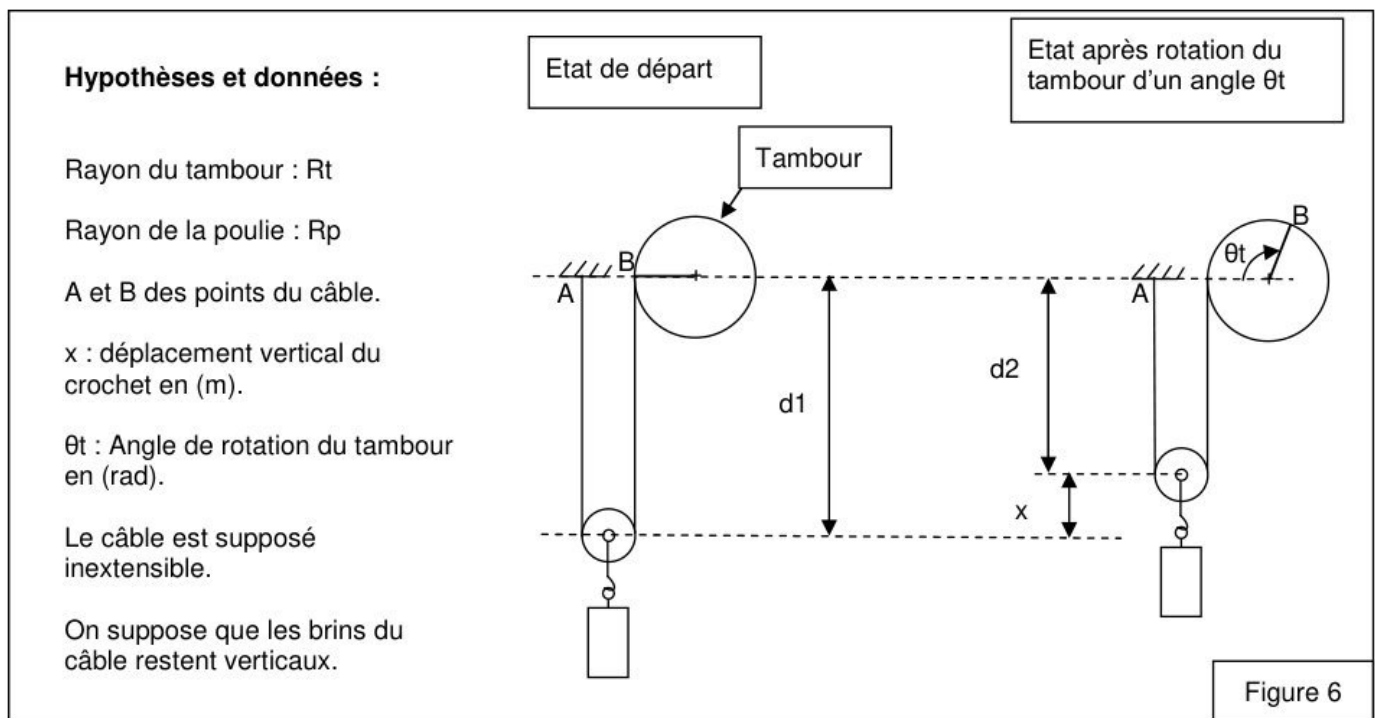
Sur le tableau du **document réponse 1/2** :

- Tracer, **pour chaque cas**, le couple C_t, le poids P et les tensions T.
- Déterminer les expressions de T et C_t pour chaque cas.

Question A2 : Quel est le cas qui répond à l'objectif suivant : (minimiser la tension T pour minimiser le diamètre du câble et minimiser le couple nécessaire, qu'il faut appliquer sur le tambour, pour soulever la charge).

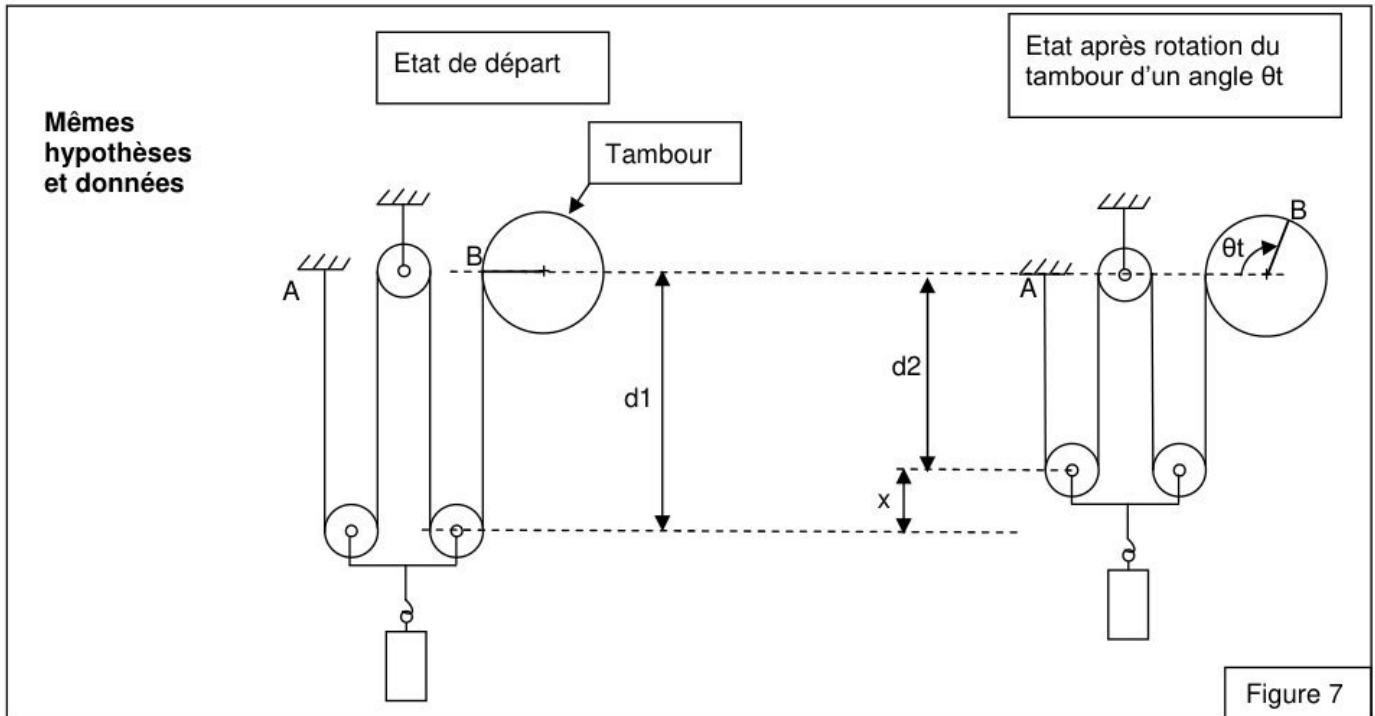
Question A3 : En se basant sur le schéma de la **figure 6** ci-dessous :

- écrire la longueur AB du câble dans les deux états du système et en déduire la relation entre **x** et **θ_t**.
- en déduire la relation entre la vitesse linéaire du crochet **v** et la vitesse angulaire du tambour **ω_t**.



Question A4 : En se basant sur le schéma de la **figure 7** ci-dessous :

- écrire la longueur AB du câble dans les deux états du système et en déduire la relation entre **x** et **θ_t**.
- en déduire la relation entre la vitesse linéaire du crochet **v** et la vitesse angulaire du tambour **ω_t**.



Question A5 : Dans le cas du mouflage à 4 brins (Figure 7), quelle est la longueur de câble à enrouler sur le tambour pour déplacer le crochet d'une distance vertical de 9 mètres. (Course totale du crochet)

B- Etude du balancement de la charge :

Pour déplacer la charge par le treuil (sens de direction), ou par le pont (sens de translation), celle-ci fait une déviation surtout en phase d'accélération ; et le câble subit une tension supplémentaire.

On se propose d'étudier partiellement ce phénomène à travers le modèle schématisé ci-contre :

(0) : Bâti fixe. $R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ repère galiléen lié à (0).

(1) : Chariot, en liaison glissière parfaite avec (0) d'axe $(O, \vec{x}_0)$, de masse m_1 , de centre d'inertie A. Il est soumis à l'action des moto-réducteurs modélisée

$$\text{par le torseur } \{Mot \rightarrow 1\} = \left\{ \begin{array}{c} F\vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A.$$

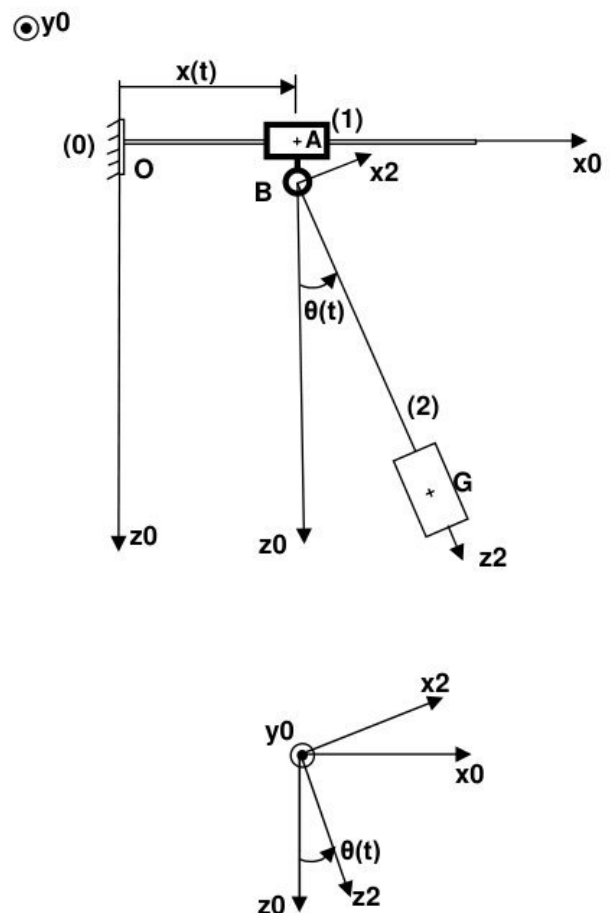
On pose $\overline{OA} = x(t)\vec{x}_0$, $x(t)$ paramètre variable.

$$\overline{AB} = a\vec{z}_0, \text{ a constante positive.}$$

Le câble et la charge forment un seul solide indéformable (2), en liaison pivot parfaite avec (1) d'axe $(B, \vec{y}_0)$.

Il est de masse m_2 (concentrée en G, le câble étant supposé sans masse), de centre d'inertie G.

$R_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ repère lié à (2). $\theta(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$; $\theta(t)$ paramètre variable.



On pose : $\overrightarrow{BG} = L\vec{z}_2$, L constante positive.

$$\{1 \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} -T \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \quad T : \text{Tension du câble.}$$

L'action de pesanteur est prise en compte, g (m/s²).

Question B1 : Tracer le graphe d'analyse dynamique.

Question B2 : Appliquer le théorème de la résultante dynamique à (1) en projection sur $\vec{x}_0$.

Question B3 : Appliquer le théorème de la résultante dynamique à (2) en projection sur $\vec{x}_2$ et $\vec{z}_2$.

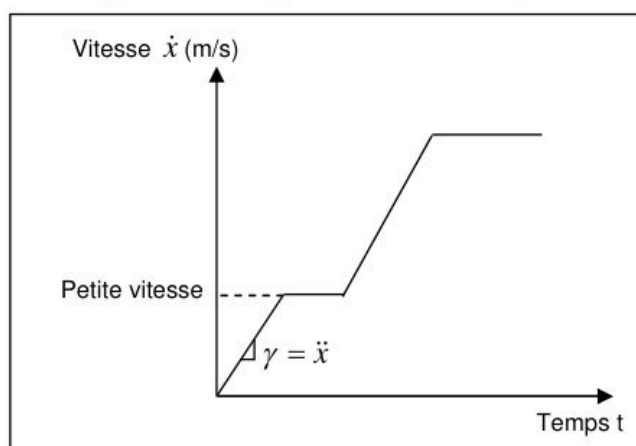
Question B4 : En déduire trois équations sous la forme :

$$\begin{cases} m_2 L \ddot{\theta} + \dots \\ T = m_2 g \cos \theta + \dots \\ F = (m_1 + m_2) \ddot{x} + \dots \end{cases} \quad (\text{l'expression de F ne contenant pas le terme "g": accélération de pesanteur})$$

Question B5 : Que deviennent ces équations dans le cas de faibles déviations : (θ et $\dot{\theta}$ très faibles).

Question B6 : En phase de démarrage, on suppose que $\ddot{x} = \gamma = \text{constante}$, en (m/s²).

Dans ces conditions, et moyennant les équations de la question B5, le système aura le comportement représenté par les graphes ci-contre :

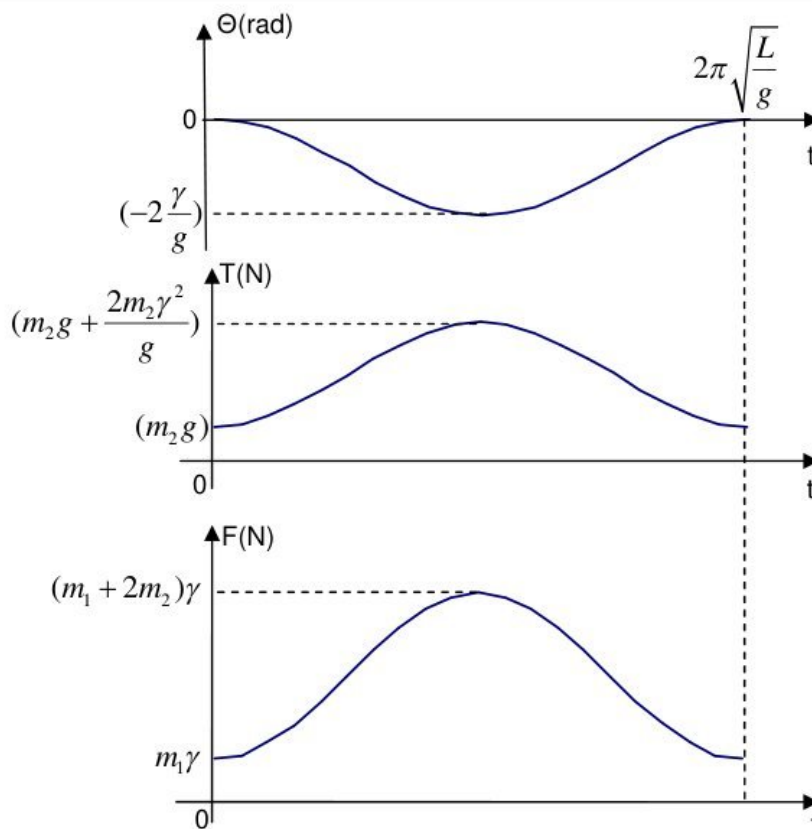


Données : $m_2 = 12500 \text{ kg}$

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$

* quelle est la valeur de l'accélération γ pour laquelle la déviation maximale de la charge $|\theta_{\text{maxi}}|$ est égale à 10° (10 degrés).

* pour cette valeur d'accélération, quelle est la surtension que subit le câble relativement à l'état initial T (t=0).



Question B7 : Montrer que la matrice d'inertie de (2) s'écrit

$$\bar{I}(G, 2) = \bar{0} \quad \text{matrice nulle, et } \bar{I}(B, 2) = \begin{bmatrix} m_2 L^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\bar{x}2, \bar{y}0, \bar{z}2)}$$

Question B8 : Déterminer l'énergie cinétique de (1) par rapport à (0) $E_c(1/0)$ et de (2) par rapport à (0) $E_c(2/0)$.

Question B9 : Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble (1,2) par rapport à (0).

Question B10 : Déterminer la puissance de l'action de pesanteur sur l'ensemble (1,2) par rapport à (0) $P(pes \rightarrow (1,2)/0)$.

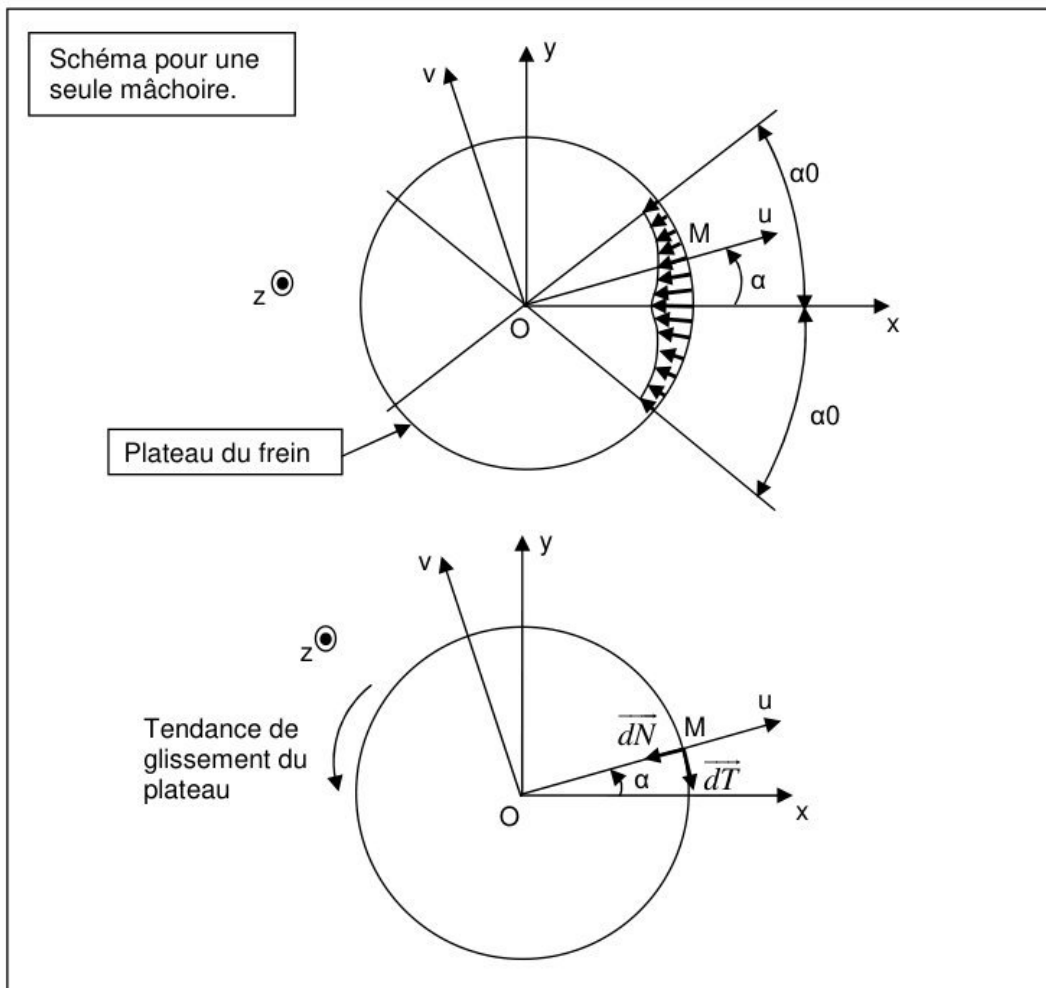
Question B11 : La puissance **des deux moto-réducteurs de translation** du pont roulant est notée P_m , on suppose que $\dot{\theta}$ est très faible ($\dot{\theta} \approx 0$) et que toutes les liaisons sont parfaites ; appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (1,2) et déterminer P_m . Données : $m_1 = 4500 \text{ kg}$, $m_2 = 12500 \text{ kg}$, vitesse et accélération de translation $\dot{x} = 40 \text{ m/min}$, $\ddot{x} = \gamma = 0,85 \text{ m/s}^2$.

C- Etude du frein à mâchoire : (voir doc2 et doc3/3)

L'effort presseur appliqué sur les deux mâchoires génère, entre celles-ci et le plateau, une pression de contact qui crée le couple de freinage.

La pression de contact est représentée sur la figure ci-dessous.
Elle obéit à la loi :

$$p(\alpha) = p_{\max} \cos \alpha \quad \text{où } p_{\max} = p(0) : \text{pression maximale en (N/m}^2\text{)} \\ \text{et } \alpha \in [-\alpha_0, \alpha_0] \text{ en (rad)}$$



En un point M de la surface de contact, et vue la tendance de glissement, se crée donc un effort élémentaire $d\vec{F}$ tel que:

$$\left\{ \begin{aligned} d\vec{F} &= d\vec{N} + d\vec{T} \\ &= -dN \vec{u} - f dN \vec{v} \\ \text{où } dN: \text{ effort normal élémentaire } dN &= p(\alpha) dS \\ &= p(\alpha) \cdot R \cdot b \cdot d\alpha \\ f: \text{ coefficient de frottement} \\ R: \text{ rayon du plateau en (m)} \\ b: \text{ largeur du plateau en (m)} \end{aligned} \right.$$

Question C1 : Déterminer le couple de freinage créé par une seule mâchoire : **Cf (une mâchoire).**

En déduire le couple de freinage créé par les deux mâchoires : **Cf (deux mâchoires).**

Question C2 : Montrer que l'effort résultant appliqué par une seule mâchoire sur le plateau est :

$$\vec{F} = -F_x \vec{x} - f F_x \vec{y} ; \text{ où } F_x \text{ est l'effort presseur qu'il faut exprimer en fonction des données.}$$

Question C3 : En déduire l'expression du couple de freinage **Cf (deux mâchoires)** en fonction de R, f, F_x et α_0 .

Question C4 : Le couple de freinage nécessaire pour freiner la charge maximale (12500 kg) est 480 (mN).

Moyennant les données suivantes ($R=100$ mm, $\alpha_0=35^\circ$ soit 0,610 rad, $f=0,4$) on trouve l'effort presseur nécessaire $F_x=5652,4$ N, et $F=6087,8$ N.

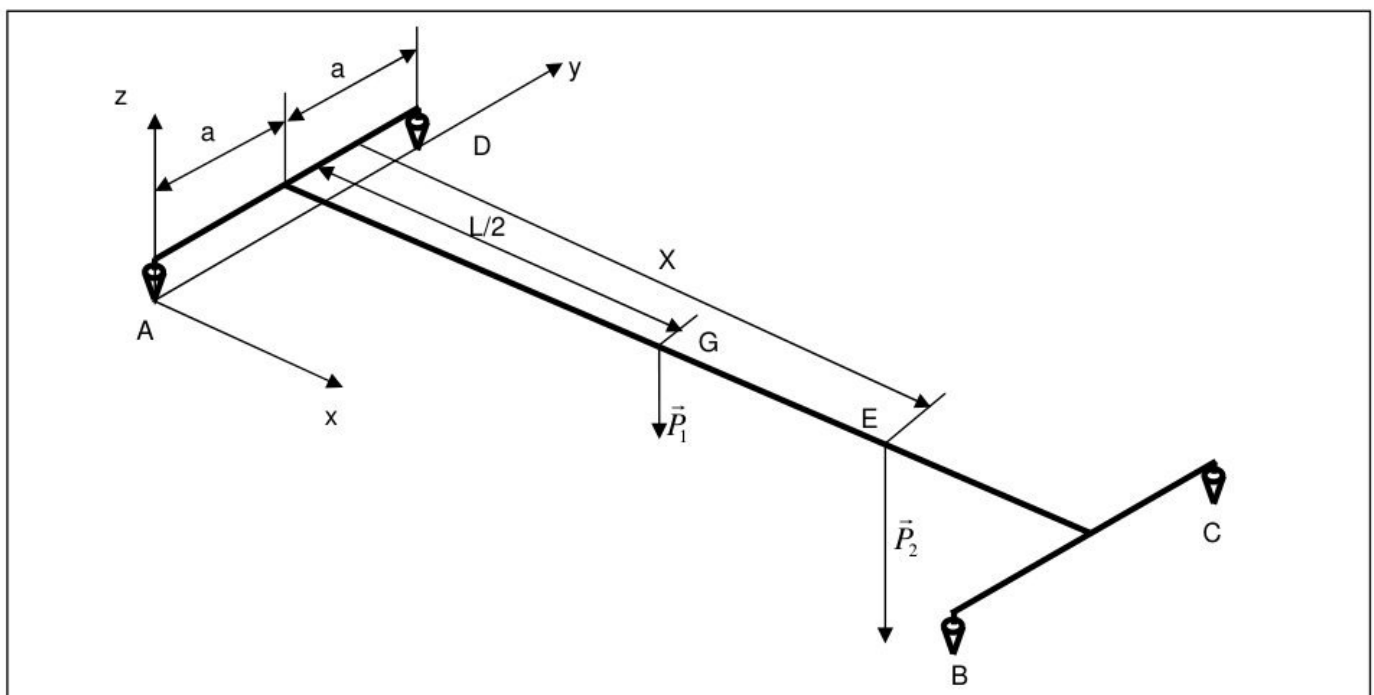
Déterminer, par la statique graphique, (**sur le document réponse 2/2**) l'action du ressort qui permettra d'obtenir cet effort F. Etapas à suivre:

1- Equilibre de la tige (1).

2- Equilibre du bras (2) et de l'ensemble (Lever + mâchoire).

(expliquer brièvement votre résolution)

D- Etude de la résistance des axes des galets :



Le corps du pont roulant est schématisé ci-dessus, il repose sur les rails par **quatre liaisons ponctuelles A, B, C et D.** (ce sont les contacts des galets avec les rails). (Voir les documents 1/3 et 2/3)

$\vec{P}_1$: poids du corps du pont roulant. (ici schématisé avec une seule poutre)

$\vec{P}_2$: poids de l'ensemble (Treuil + charge) qui se déplace sur la poutre ;

On pose :
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = L\vec{x} & \overrightarrow{AG} = \frac{L}{2}\vec{x} + a\vec{y} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = 2a\vec{y} & \overrightarrow{AE} = X\vec{x} + a\vec{y} \quad X \in [0, L] \end{cases}$$

Les actions des rails sur le pont aux points A, B, C et D sont de la forme : $\begin{Bmatrix} F_i \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_i \quad i = A, B, C \text{ et } D$

Question D1 : Appliquer le principe fondamental de la statique au corps du pont roulant et déterminer les F_i en considérant ($F_A = F_D$) et ($F_B = F_C$).

Question D2 : Dimensionner les diamètres des axes des galets pour qu'ils résistent au cisaillement causé par les actions F_A , F_D , F_B et F_C .

on donne :

Masse du corps du pont roulant = 2700 kg.

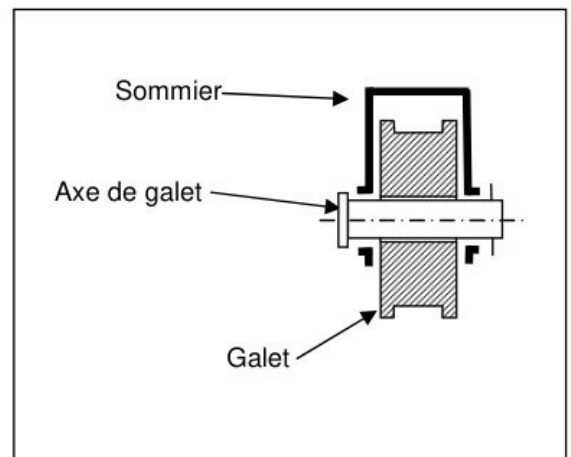
Masse du treuil = 1800 kg.

Masse de la charge = 12500 kg.

Accélération de pesanteur $g = 9,81 \text{ N/kg}$.

Limite élastique en cisaillement des axes $\tau_e = 250 \text{ MPa}$.

On adopte un coefficient de sécurité $s = 2,5$.



E- Description fonctionnelle :

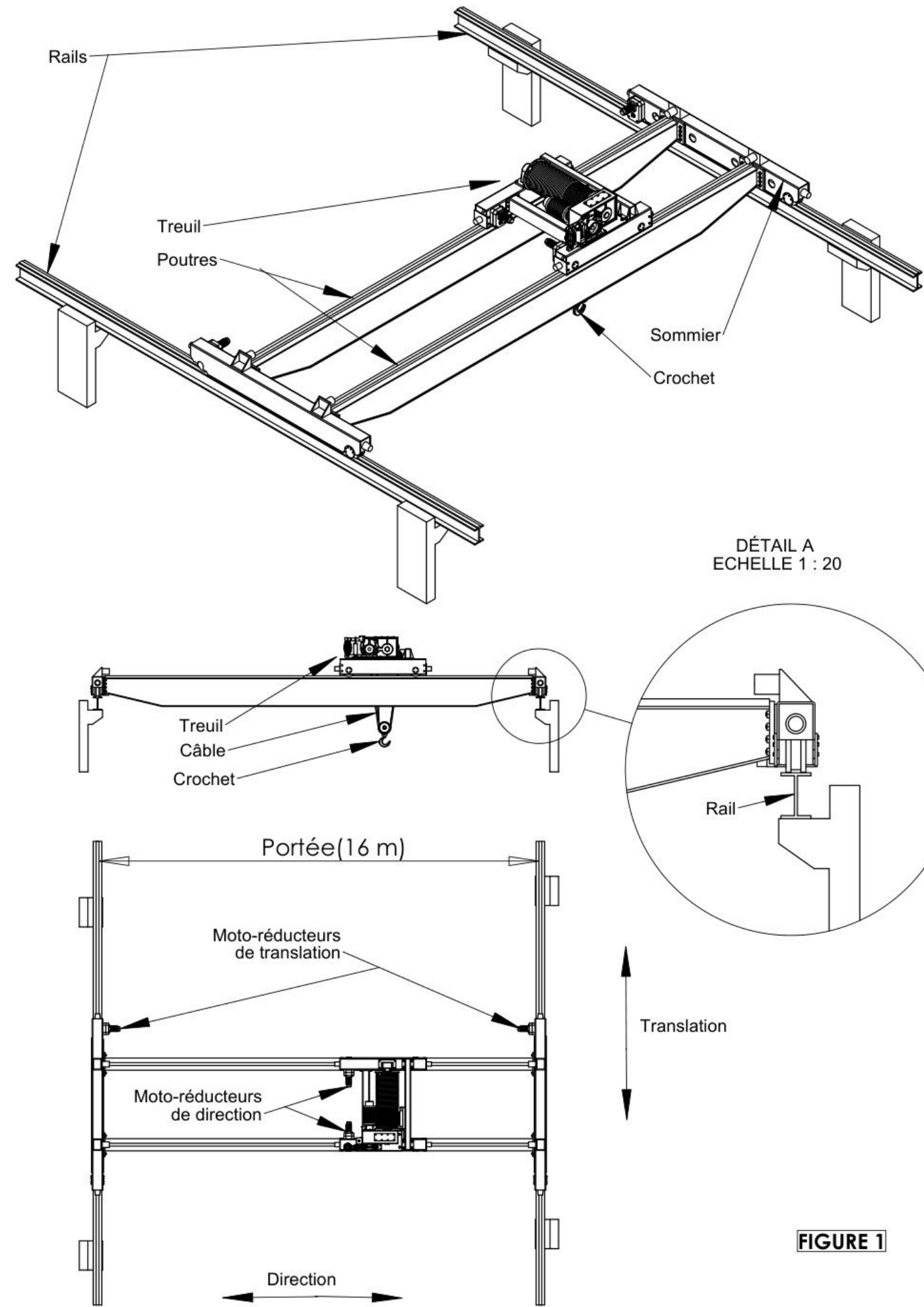
Question E1 : Proposer une description fonctionnelle, par **diagramme FAST**, du **pont roulant** dont les constituants sont :

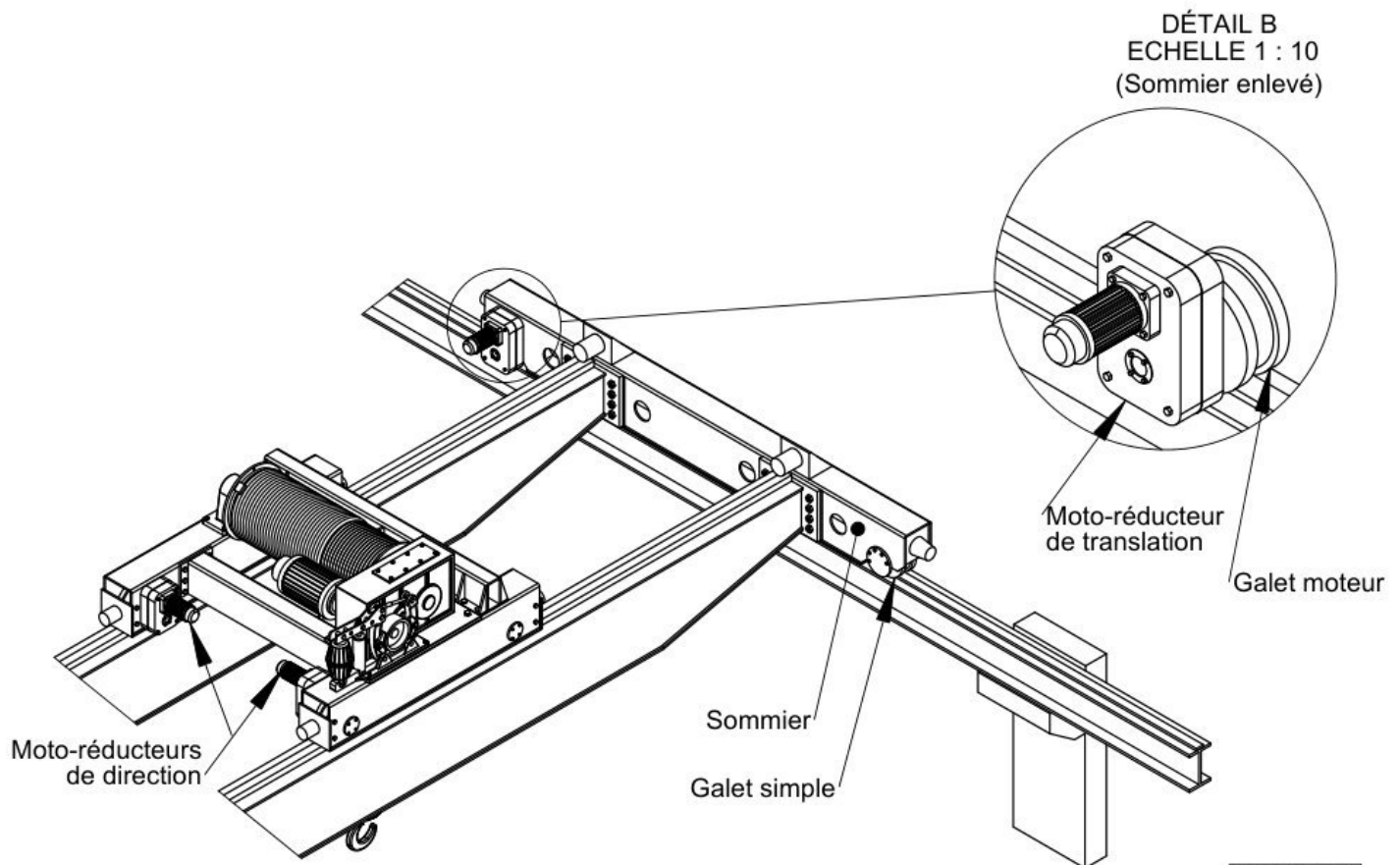
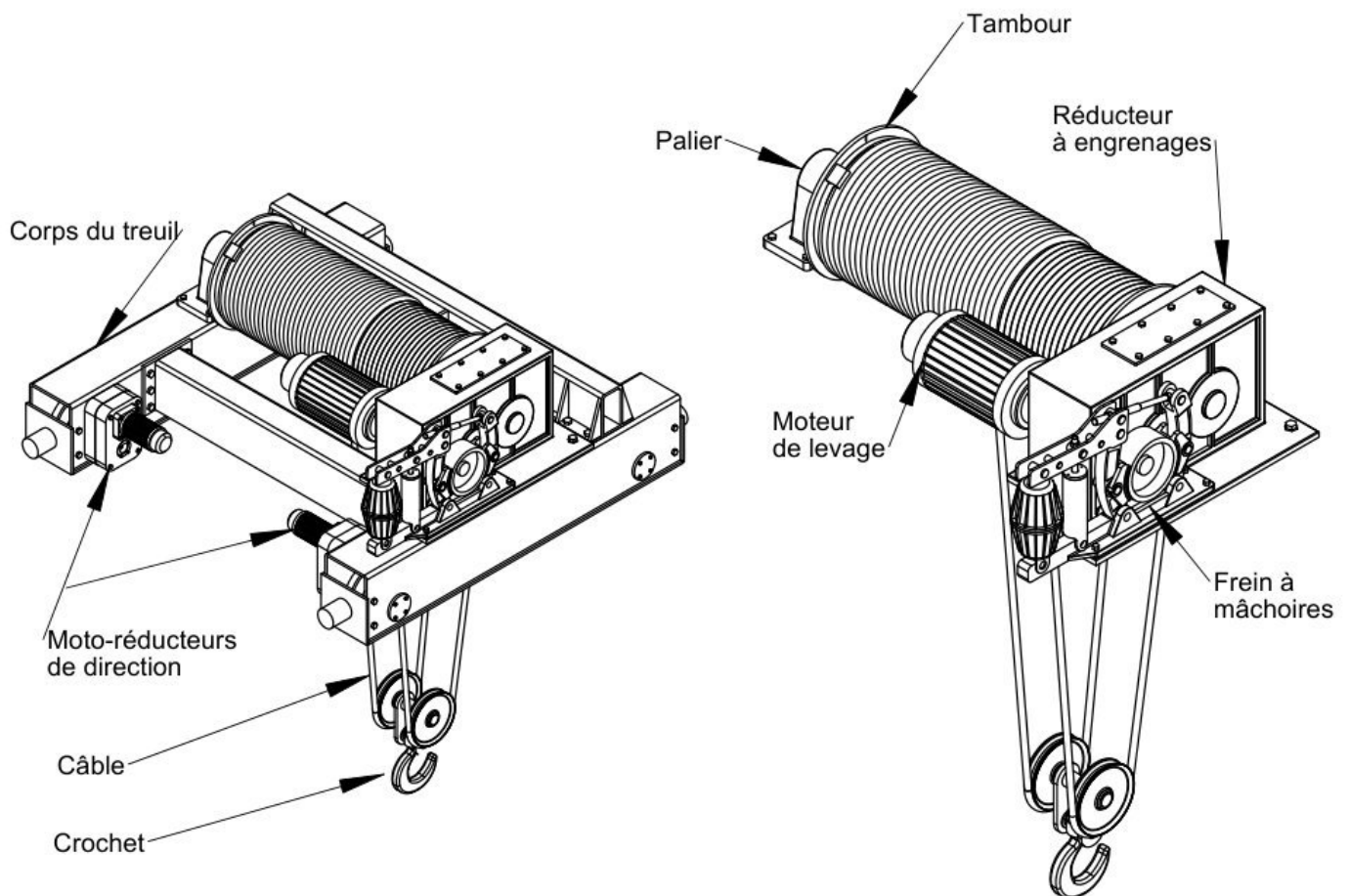
- le système de commande,
- le système de levage,
- l'unité de mouvement « Direction »
- l'unité de mouvement « Translation ».

Question E2 : Proposer une description fonctionnelle, par **diagramme FAST**, du **système de levage** dont les constituants sont :

- le moteur de levage,
- le réducteur à engrenages,
- le tambour
- l'ensemble (câble (type de mouflage) + crochet + poulies de renvoie),
- le frein à mâchoires.

Fin de l'énoncé



**FIGURE 2****FIGURE 3**

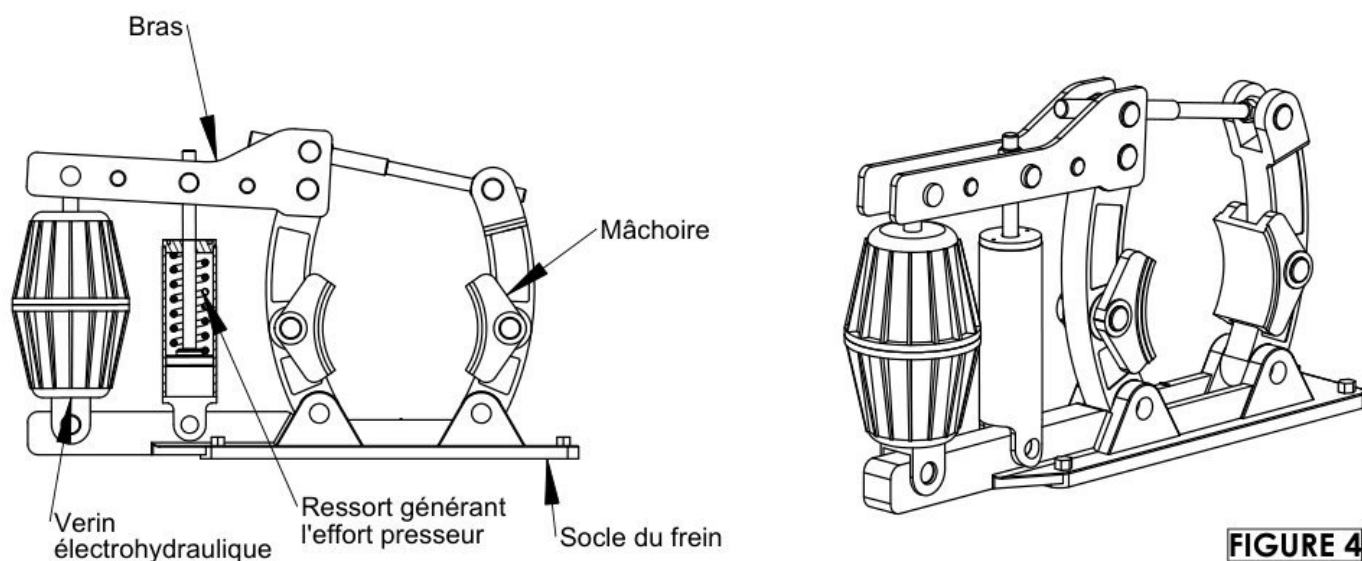


FIGURE 4

MOUFLAGE DU CÂBLE

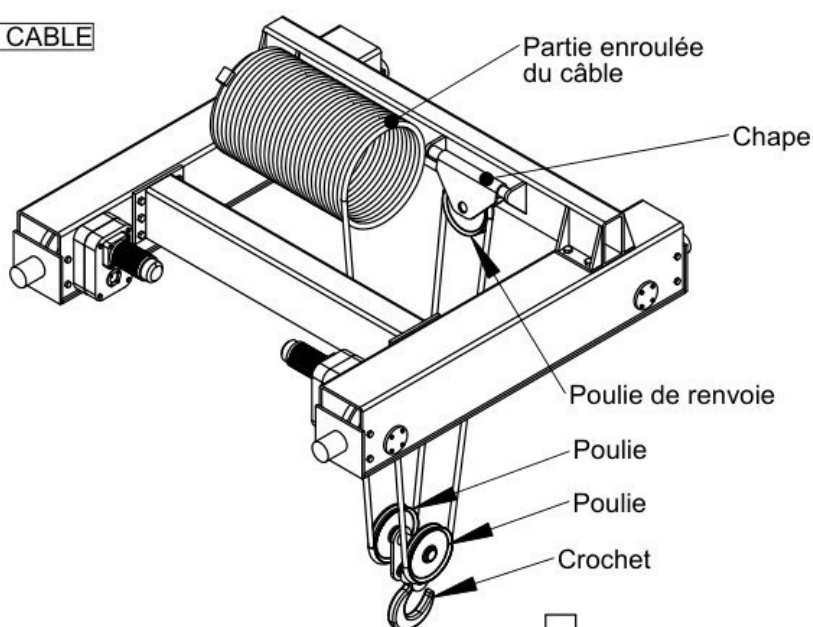
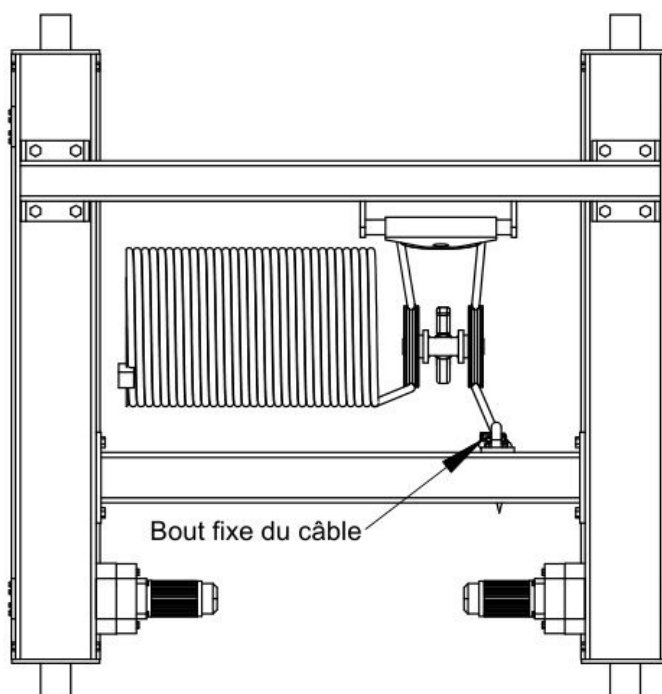
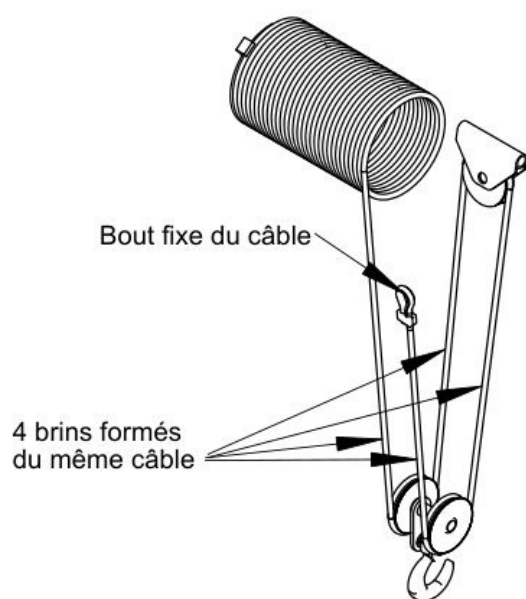
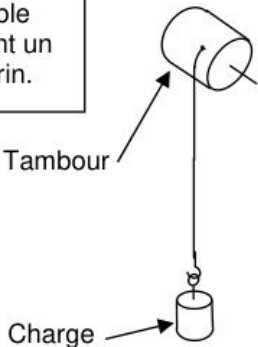
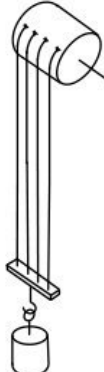
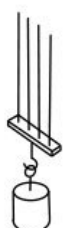
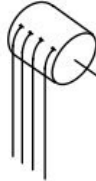
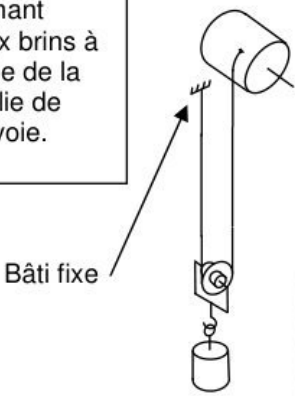
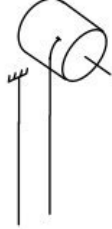
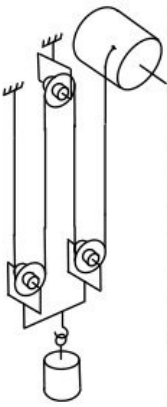
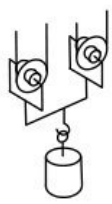
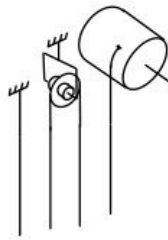


FIGURE 5



Type de mouflage	Après coupure au niveau des brins		Expressions finales de T et C_i en fonction des données
	Equilibre de la partie inférieure (brièvement)	Equilibre de la partie supérieure (brièvement)	
Un câble formant un seul brin.  Tambour Charge			
Quatre câbles formant quatre brins accrochés tous sur le tambour. 			
Un câble formant deux brins à l'aide de la poulie de renvoie.  Bâti fixe			
Un câble formant quatre brins à l'aide des poulies de renvoie. 			

Principe: Le ressort (3) exerce sur le bras (2) un effort de direction (AG) à travers le piston (4).
Cet effort permet de créer l'effort presseur F en E et par conséquent le couple de freinage.

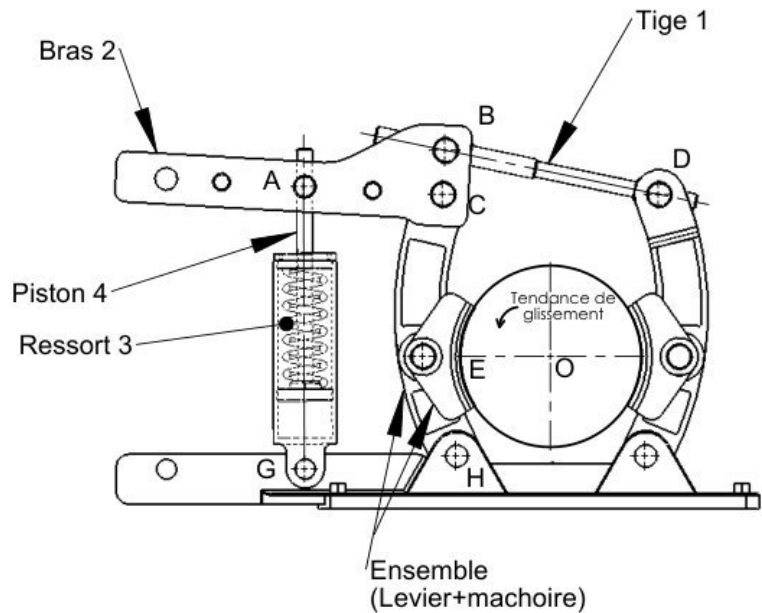
- Les poids des pièces sont négligés.

- L'action F du plateau sur la mâchoire est représentée ci-dessous; elle est appliquée en E et inclinée par rapport à l'horizontale de l'angle de frottement :
 $\tan(21,80^\circ) = f = 0,4$

Son module est $F = 6087,8 \text{ N}$

- L'action du ressort (3) sur le bras (2) est de direction (AG), dirigée de A vers G.

Les liaisons aux points A, B, C, D et H sont des pivots parfaites



Echelle des efforts:
1000 N ----- 1cm

Parallèle à la droite (AG)

