

المملكة المغربية
ROYAUME DU MAROC



Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche
Scientifique de la Formation des Cadres

Présidence du Concours National Commun
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Rabat



CONCOURS NATIONAL COMMUN
d'admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs
et Établissements Assimilés
Session 2016

ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

Filière **MP**

Durée **4** heures

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est autorisé

page de garde

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les **références** des questions abordées.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve étudie des aspects relatifs aux transferts d'informations. Les signaux supports de l'information tels que le son et l'image sont analogiques c'est à dire continus. Avec les développements de la technologie et de l'informatique on utilise de plus en plus des signaux sous forme numérique, par exemple en téléphonie, en radio numérique, etc.... De tels signaux sont gérés par des ordinateurs (stockage, gravure, etc.). Le signal initial est analogique (continu), comme par exemple la voix (20 à 20 kHz) collectée par un microphone, il est possible de le convertir en signal numérique (discret) ; et pour passer d'une forme à l'autre on utilise des convertisseurs analogiques $\leftrightarrow$ numériques.

Données :

- Vitesse de la lumière : $c = 3.10^8 m.s^{-1}$
- A une grandeur sinusoïdale $f(t) = F_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, on associe le complexe souligné $\underline{f}(t) = F_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}$, avec $i^2 = -1$ et $f(t) = \text{Re}(\underline{f}(t))$.
- Formule d'analyse vectorielle pour un vecteur $\vec{V}$: $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{V}) = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{V}) - \Delta \vec{V}$.
- On donne l'intégrale $I = \int \sqrt{1+x^2}.dx = \frac{1}{2} \cdot [x \cdot \sqrt{1+x^2} + \text{Ln}(x + \sqrt{1+x^2})]$.

I 1 ère partie : transmission de signaux par voie hertzienne

Une antenne émet une onde électromagnétique qui se propage dans l'atmosphère terrestre ; celle-ci est modélisée schématiquement en une couche d'air assimilé au vide , et d'une couche appelée ionosphère située à l'altitude $h=80$ km.

L'ionosphère est un plasma électriquement neutre caractérisé par une permittivité diélectrique ϵ_0 et une perméabilité magnétique μ_0 identiques à celle du vide. Il comporte par unité de volume n électrons libres de charge $q_e = -e$ et n ions de charge $q_i = e$. Les masses de ces deux particules sont notées respectivement m_e et m_i ; on supposera les ions immobiles ($m_i \gg m_e$).

I.1. Donner, dans le cas général, les quatre relations de Maxwell en régime variable.

Une onde électromagnétique plane monochromatique de pulsation ω se propage dans l'ionosphère et son champ électrique est : $\vec{E}(M, t) = E_0 \cdot \cos(\omega t - kz) \cdot \vec{u}_y$.

- I.2. A l'aide de la relation Maxwell-Faraday, donner l'expression complexe, $\vec{B}(M, t)$, du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ associé à l'onde considérée.
- I.3. Dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}(OXYZ)$ supposé galiléen, appliquer le principe fondamental de la dynamique à un électron, soumis au champ électromagnétique de l'onde $(\vec{E}, \vec{B})$. On supposera que tous les électrons ont même vitesse $\vec{v}$ ($v \ll c$) et on négligera les chocs entre particules.
- I.4. Montrer que l'influence du champ magnétique est négligeable devant celle du champ électrique. Dans toute la suite, on suppose que l'électron n'est soumis qu'au seul champ électrique précédent. Déterminer alors le vecteur $\vec{v}$.
- I.5. Donner le vecteur densité volumique de courant volumique $\vec{j}$, et en déduire l'expression de la conductivité complexe γ .
- I.6. Calculer la puissance moyenne volumique p cédée par le champ électromagnétique au plasma. Commenter.
- I.7. En utilisant les relations de Maxwell, établir la relation liant la norme du vecteur d'onde k et la pulsation ω .
On posera $\omega_p^2 = \frac{n \cdot e^2}{m \cdot \epsilon_0}$, pour l'ionosphère, on donne $\omega_p = 5,65 \cdot 10^7 \text{ rad.s}^{-1}$.
- I.8. Que se passe-t-il si $\omega < \omega_p$?
Comment s'écrit le champ électrique? Est-ce une onde progressive? Conclure.
- I.9. On se place dans le cas : $\omega > \omega_p$,
- I.9.1. Montrer qu'une onde plane monochromatique peut effectivement se propager dans le plasma.
- I.9.2. Donner la représentation graphique du module du vecteur d'onde k en fonction de la pulsation ω .
- I.9.3. Donner les expressions de la vitesse de phase v_ϕ et de la vitesse de groupe v_g .
Tracer schématiquement sur le même graphe $v_\phi(\omega)$ et $v_g(\omega)$.
- I.10. On considère deux stations radio émettant sur les longueurs d'ondes $\lambda_1 = 300 \text{ m}$ et $\lambda_2 = 15 \text{ m}$.
- I.10.1. Pour quelle longueur d'onde peut-on avoir réflexion par l'ionosphère? Quel est alors l'avantage attendu?
- I.10.2. Déterminer alors la portée maximale théorique après une réflexion sur l'ionosphère? Faire un schéma et préciser analogies et approximations utilisées. Faire l'application numérique, sachant que le rayon de la terre est $R_t = 6400 \text{ km}$.
- I.11. Dans cette question, on tient compte d'une force de frottement qui s'exerce sur les électrons du plasma : $\vec{F}_f = -m \cdot \omega_f \cdot \vec{v}$, où ω_f est une constante positive.
- I.11.1. Déterminer l'expression complexe du vecteur densité volumique du courant $\vec{j}$.
- I.11.2. Déterminer la nouvelle relation de dispersion.
- I.11.3. On se place dans le cas de basses fréquences $\omega^2 \ll \omega_f^2 \ll \omega_p^2$.
Simplifier cette relation et déterminer l'expression complexe du champ électrique de l'onde. Commenter.

II Interconversion numérique-analogique

Les transferts de signaux font intervenir les deux formes analogique et numérique. Il est donc nécessaire d'utiliser des convertisseurs analogique-numérique (noté : C.A.N) et des convertisseurs numérique-analogique (noté : C.N.A).

La fréquence f des signaux analogiques audio vérifie : $20\text{Hz} \leq f \leq 20\text{kHz}$.

II.1. Conversion numérique-analogique.

II.1.1. Lors de l'enregistrement sur un disque compact, noté dans la suite C.D (compact disk), le signal audio est échantillonné et bloqué avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 44\text{kHz}$; puis il est numérisé.

Qu'appelle t-on échantillonnage d'un signal ? Justifier que la valeur choisie pour F_e , correspond à un échantillonnage sans perte d'information.

II.1.2. La chaîne utilise un convertisseur numérique-analogique à 16 bits. Ce convertisseur peut fournir une tension comprise entre les valeurs extrêmes -5 V et $+5\text{ V}$ et on suppose que les données numériques sont converties à une fréquence égale à celle utilisée lors de l'enregistrement ($F_e = 44\text{kHz}$).

Déterminer la valeur du quantum q du C.N.A utilisé.

II.1.3. Le spectre du signal audio $V(t)$ désiré est représenté en figure 1(a) et le spectre du signal $V_{cna}(t)$ de sortie du C.N.A est donné en figure 1(b).

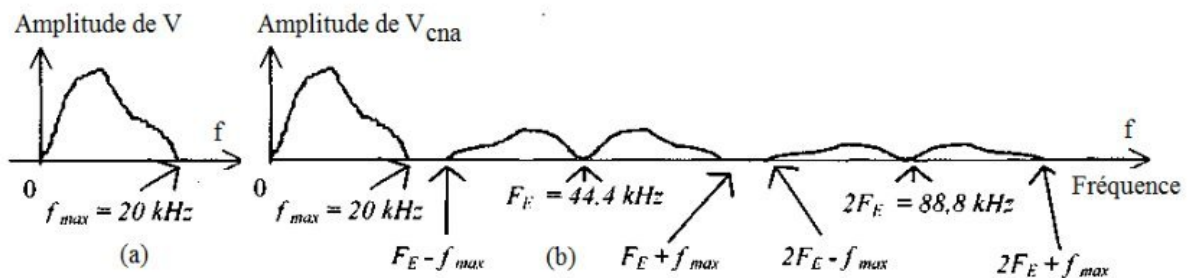


Figure 1

II.1.3.1. Quel type de filtre doit-on utiliser pour obtenir le signal audio désiré ? Donner, en le justifiant, la fréquence de coupure f_c de ce filtre.

II.1.3.2. Donner un exemple de filtre analogique (schéma), et donner la forme de l'équation différentielle qui relie les grandeurs d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$.

II.1.3.3. Si on envisage un filtrage numérique à la fréquence F_e , donner la forme de la relation de récurrence qui relie s_{n+1} à e_n et s_n .

II.2. Convertisseur analogique-numérique

On étudie, maintenant, le principe d'un convertisseur analogique-numérique (C.A.N) qui permet de convertir une tension analogique $v_a(t)$ pouvant varier de 0 à 7 V en signal numérique sur 3 bits. Il est réalisé à l'aide du circuit de la figure ci-dessous.

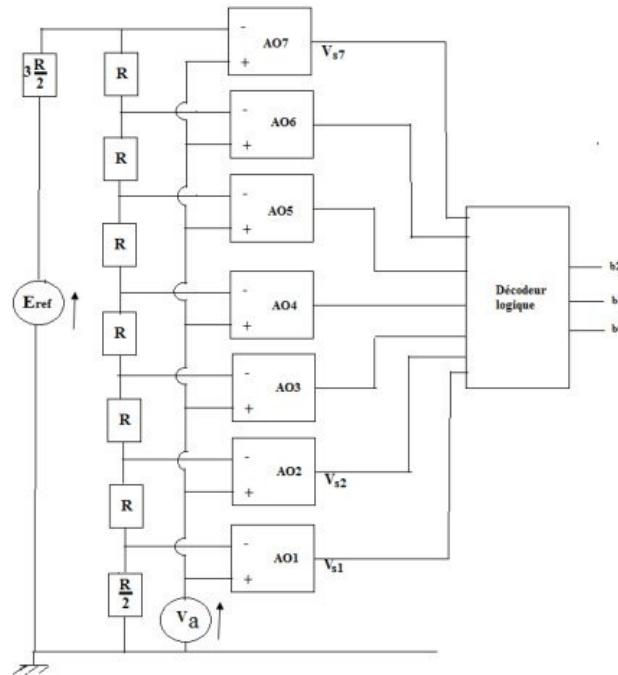


Figure 2

Les amplificateurs opérationnels, notés AO_i , $1 \leq i \leq 7$, sont idéaux et fonctionnent en régime non linéaire, c'est à dire que la tension de sortie $V_{s,i}$ peut prendre deux valeurs $\pm V_{sat} = \pm 15V$.

La tension analogique $v_a(t)$ à convertir est appliquée sur toutes les entrées + des AO_i . La tension de référence $E_{ref} = 8V$.

Aucune connaissance sur le décodeur logique n'est exigible, sauf qu'il donne en sortie des 'mots' formés de trois bits contenant des '0' et des '1'.

- II.2.1. Représenter la caractéristique de l'un des AO_i : $V_{s,i} = f(\varepsilon_i)$, avec $\varepsilon_i = V_{+,i} - V_{-,i}$.
- II.2.2. On considère l' AO_1 : déterminer $V_{+,1}$, $V_{-,1}$ et son seuil de basculement $V_{basc,1}$.
- II.2.3. Mêmes questions pour les autres AO_i (de 2 à 7). On pourra présenter les résultats sous forme d'un tableau contenant $V_{+,i}$, $V_{-,i}$ et $V_{basc,i}$.

Ampli.op	AO_1	AO_2	AO_3	AO_4	AO_5	AO_6	AO_7
$V_{+,i}$							
$V_{-,i}$							
$V_{basc,i}$							

- II.2.4. Décrire le comportement des AO_i lorsque l'on augmente progressivement la tension v_a de 0 V à 7 V.
- II.2.5. En déduire l'état de sortie des différents AO_i pour les valeurs de v_a : 0 V, 1 V, 2 V, ..., 7V : on notera 1 si $V_s = +15V$ et 0 si $V_s = -15V$, dans l'ordre $AO_7 - AO_6 - AO_5 - AO_4 - AO_3 - AO_2 - AO_1$. On présentera les résultats sous forme

d'un tableau : pour chacune des valeurs de v_a , on donnera le 'mot' formé de 7 bits $b'_7b'_6b'_5b'_4b'_3b'_2b'_1$.

III Stockage et lecture de l'information sous forme numérique

A l'ère du numérique, les disques optiques (CD, DVD,...) sont les supports de stockage de l'information sous forme numérique, les plus couramment utilisés. L'information est stockée sous forme de plats et de creux (gravés) lelong des pistes d'une spirale située sur la surface utile du disque compact C.D. Le disque comporte une couche métallique recouverte par une couche de polycarbonate (plastique) d'indice de réfraction $n_p = 1,55$.

La spirale commence au rayon $R_1 = 2,5\text{cm}$ et se termine au rayon $R_2 = 5,8\text{cm}$ et les pistes sont séparées du pas $a = 1,6\mu\text{m}$: voir figure 3. La spirale est constituée d'alvéoles de largeur $0,67\mu\text{m}$, de longueur variable et d'une profondeur h . On nomme « creux » le fond d'une alvéole et « plat » l'espace entre deux alvéoles.

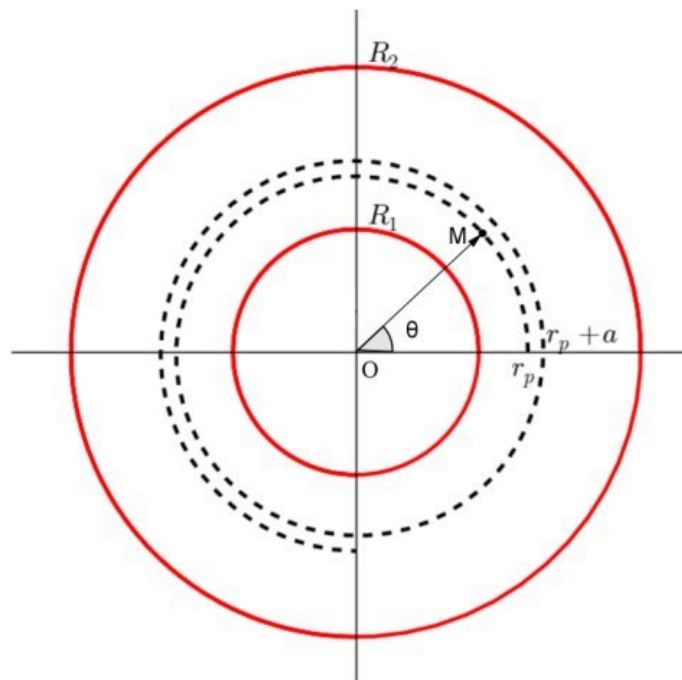


Figure 3

III.1. Caractéristiques mécaniques

III.1.1. On paramètre un point de la spirale par ses coordonnées polaires r et θ et ces paramètres sont reliés par une relation du type : $r(\theta) = \alpha.\theta + \beta$.

Exprimer les constantes α et β en fonction des données.

III.1.2. Exprimer dL l'élément de longueur élémentaire de la spirale. En déduire l'expression de la longueur totale L de la piste d'enregistrement.

Le système est asservi de sorte que la piste se déplace devant la tête de lecture à la vitesse linéaire constante $v_0 = 1,22 \text{ m.s}^{-1}$.

III.1.3. Quelle est, dans ce cas, la durée totale de lecture τ exprimée en minutes.

III.1.4. Exprimer alors la vitesse angulaire Ω et déterminer sa valeur maximale $\Omega_{\max}$.

III.1.5. La capacité d'un CD vaut 650 mégaoctets et un octet est formé de huit bits ; déterminer la longueur l_{oc} qu'il occupe sur la spirale. On pourra prendre $L \approx 5,4 \text{ km}$.

III.2. Aspects optiques et lecture de l'information

Le faisceau laser cylindrique traverse un miroir semi- réfléchissant, arrive sous incidence normale sur une piste de la spirale, puis se réfléchit vers une cellule photoélectrique.

Si le faisceau incident a frappé un plat ou un creux, toutes les parties du faisceau réfléchi sont en phase : les interférences sont constructives. Si le faisceau a frappé un passage plat-creux, les deux parties du faisceau réfléchi sont déphasées et on considère la situation où ces interférences sont destructives. Voir figure 4.

Dans les deux cas la cellule photoélectrique indiquera des intensités extrêmes ; on a donc deux états qu'on peut noter par les bits '0' et '1'.

Le laser utilisé pour lire les CD a une longueur d'onde dans l'air $\lambda_{CD} = 780 \text{ nm}$.

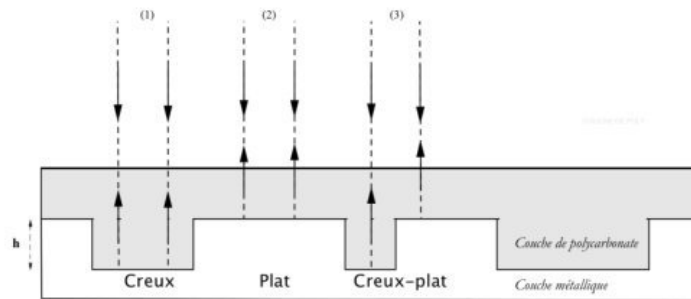


Figure 4

III.2.1. Exprimer la différence de marche optique et le déphasage dans le cas d'interférences destructives (intensité nulle).

III.2.2. Déterminer la valeur minimale de la profondeur h d'un creux dans le CD ?

III.2.3. Mesure du pas par diffraction

On utilise **dans cette question** un laser de laboratoire de longueur d'onde $\lambda_{labo} = 632 \text{ nm}$. Le faisceau, de diamètre égal à quelques millimètres, arrive sous incidence normale sur le CD et intercepte plusieurs sillons (figure 5(a) et 5(b)). Ces sillons sont assimilés à des miroirs équidistants du pas a et ainsi le CD peut être assimilé à un réseau qui diffracte par réflexion et donne des taches sur un écran situé à la distance $D = O'O$ du disque.

III.2.3.1. Rappeler le principe de Huyghens-Fresnel de diffraction.

On rappelle, dans le cas général, la relation fondamentale des réseaux donnant les maxima principaux : $\sin(i) - \sin(i_p) = p \cdot \frac{\lambda}{a}$, avec p entier relatif.

i et i_p sont les angles respectifs que forment le rayon incident et le rayon diffracté avec la normale au disque.

III.2.3.2. Que représente le cas $p = 0$?

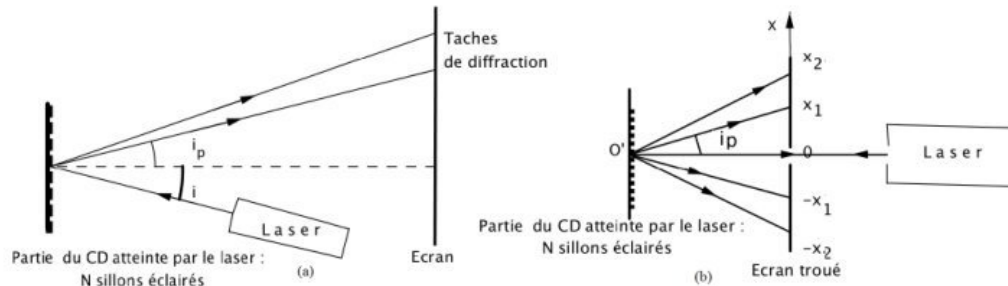


Figure 5

La diminution des longueurs d'onde de lecture respectivement $\lambda = 780nm$ pour le CD et $\lambda' = 650nm$ pour le DVD (Digital Versatile Disk) permet de réduire le pas de la spirale, et augmenter la capacité de stockage.

III.2.3.3. A quelle couleur correspond chacune de ces deux longueurs d'onde ?

III.2.3.4. On considère le cas schématisé par la figure 5(b). La première tache lumineuse est repérée par x_1 ; donner l'expression de a en fonction de x_1, λ et D .

III.2.3.5. On désire comparer a et a' respectivement les pas d'un CD et d'un DVD. Déterminer a et a' sachant qu'on a pour le CD : $2x_1 = 228mm$, $D = 255mm$; et pour le DVD : $2x'_1 = 755mm$, $D' = 225mm$.

III.2.3.6. Pour le CD et le DVD, on note respectivement par l_o et l'_o les tailles d'un octet et par N et N' leur capacité de stockage totale. Déterminer l'expression du rapport des capacités de stockage : $\eta = \frac{N'}{N}$.

III.2.4. Dispositif d'ajustement de la focalisation du faisceau laser

Le faisceau laser doit être correctement focalisé sur la piste pour assurer une bonne lecture (diamètre $d_{min} \simeq 1\mu m$). La position de la lentille L de focalisation doit être constamment ajustée. La lentille L est fixée sur un équipement mobile lui-même solidaire d'une bobine d'axe $X'X$ (de vecteur unitaire $\vec{u}_x$) ; celle-ci est formée de N_0 spires de rayon r et elle est parcourue par un courant i . L'ensemble est assimilé à un solide (S) se translate dans l'entrefer cylindrique d'un aimant où le champ magnétique est de la forme $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{u}_r$, B_0 est une constante et $\vec{u}_r$ est le vecteur unitaire radial. On étudie une partie du système d'ajustement de la focalisation du laser.

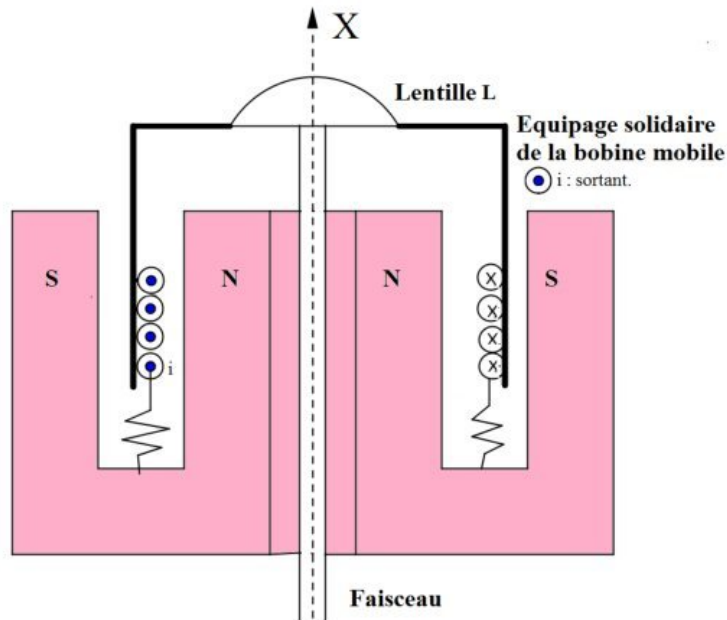


Figure 6

Le solide (S) de masse m est soumis à une suspension assimilée à un ressort de raideur k et à une force de frottement de type visqueux : $\vec{F}_f = -h \cdot \vec{v}$, opposée à sa vitesse $\vec{v}$ par rapport au référentiel fixe lié à l'aimant, $R(OXYZ)$, supposé galiléen.

- III.2.4.1. Déterminer l'expression de la force de Laplace $\vec{F}_L$ exercée par le champ magnétique de l'aimant sur la bobine.
- III.2.4.2. Expliquer qualitativement pourquoi la bobine est le siège de phénomènes d'induction. Déterminer l'expression de la force électromotrice induite e .
- III.2.4.3. Soit $u(t)$ la tension appliquée à la bobine de résistance R et d'inductance L . Écrire l'équation électrique (E) correspondant à ce circuit.
- III.2.4.4. Soit $x = 0$ la position à l'équilibre du barycentre G de (S) en focalisation parfaite. Lors d'une perturbation (choc, poussière, etc...), l'équipage mobile effectue un déplacement x fonction du temps t . Établir l'équation différentielle mécanique (M) de son mouvement suivant l'axe $X'X$.

On se place en régime sinusoïdal de pulsation ω .

- III.2.4.5. À l'aide de l'équation mécanique et de l'équation électrique, montrer que $\underline{u} = \underline{Z} \cdot \underline{i}$ et donner l'expression de l'impédance complexe totale Z du dispositif d'ajustement du laser.
- III.2.4.6. Cette impédance se décompose en deux termes : $Z = Z_e + Z_m$ l'une électrique Z_e et l'autre Z_m appelée impédance motionnelle ; donner l'expression de cette impédance et expliquer l'origine de son nom.

III.3. Étude thermodynamique de la gravure d'un CD-RW

L'écriture (la gravure) sur un CD-RW est réalisée sur une couche photosensible insérée entre la couche métallique réfléchissante et la couche de polycarbonate ; cette gravure se fait grâce à un faisceau laser qui provoque, pendant une courte durée, l'échauffement puis la fusion de la partie illuminée de cette couche. Le faisceau laser est assimilé à un cylindre de rayon r_0 , d'axe orthogonal à la surface du disque et qui apporte à la surface photosensible une puissance P_0 uniformément répartie dans la section du faisceau.

les caractéristiques de la couche photosensible sont : h épaisseur, c capacité thermique massique, ρ masse volumique, T_f température de fusion et L chaleur latente massique de fusion.

III.3.1. Quelle est la particularité d'un système diphasé d'un corps pur dont la pression P est fixée ?

III.3.2. On suppose dans un premier temps que le disque ne tourne pas et on note par m la masse de la couche photosensible qui reçoit la lumière du laser.

III.3.2.1. Donner l'expression de la chaleur Q_1 permettant de faire passer sa température de T_0 à T_f .

III.3.2.2. Donner l'expression de la chaleur Q_2 nécessaire pour obtenir la fusion de cette masse.

III.3.2.3. On suppose que la puissance du laser est totalement absorbée par la couche photosensible. Déterminer en fonction de Q_1 , Q_2 et P_0 l'expression de la durée minimale Δt_{min} pendant laquelle il est nécessaire d'illuminer le disque (à l'arrêt) pour réchauffer et faire fondre entièrement la masse m .

III.3.2.4. Calculer Δt_{min} . On donne : $P_0 = 14,0 \text{ mW}$, $r_0 = 0,550 \mu\text{m}$, $h = 1 \mu\text{m}$, $c = 2,50 \cdot 10^2 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, $\rho = 3,00 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $T_0 = 300 \text{ K}$, $T_f = 900 \text{ K}$, et $L = 1,00 \cdot 10^5 \text{ J.Kg}^{-1}$.

III.3.3. On considère maintenant que le CD tourne et la piste défile devant le faisceau laser à la vitesse linéaire constante v_1 .

III.3.3.1. Quelle est la surface dS balayée par le faisceau sur le disque pendant une durée dt . En déduire le volume $d\tau$ que le laser doit amener de la température T_0 à la température T_f puis faire fondre pendant cette durée dt .

III.3.3.2. Déterminer l'expression δQ de la chaleur nécessaire pour réaliser l'échauffement et la fusion de ce volume $d\tau$.

III.3.3.3. En déduire l'expression de la vitesse maximale v_{1max} d'écriture du CD-RW pour la puissance P_0 du laser.

III.3.3.4. Faire l'application numérique à l'aide des données ci-dessus.