

المملكة المغربية
ROYAUME DU MAROC



Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche
Scientifique de la Formation des Cadres

Présidence du Concours National Commun
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Rabat



CONCOURS NATIONAL COMMUN
D'admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et
Établissements Assimilés
Session 2016

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière **MP**

Durée **4 heures**

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est autorisé

page de garde

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les **références** des questions abordées.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Le climat est devenu une priorité pour l'Humanité ; il fait l'objet de congrès mondiaux et le prochain, COP22, aura lieu au Maroc en novembre 2016.

On se propose d'étudier quelques bilans énergétiques ayant une influence sur les paramètres climatiques du sol terrestre. La présence de la vie sur Terre est tributaire du soleil ; le rayonnement solaire détermine la température du sol terrestre et par conséquent affecte aussi les principaux paramètres climatiques et météorologiques comme la pression et le taux d'humidité. Des équilibres complexes font intervenir en plus du soleil, l'intérieur de la terre, l'atmosphère et les océans.

Données

Intensité du champ de pesanteur au sol : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

La constante d'attraction gravitationnelle : $G = 6,6 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$.

Rayon de la terre : $R_t = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Distance moyenne soleil-terre : $D = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Masse de la terre : $M_t = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

Masse du soleil : $M_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Constante de Stefan : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ SI}$.

Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Constante de Boltzmann : $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.

Masse molaire de l'air : $M_a = 29 \text{ g.mol}^{-1}$

Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9}$

D'autres données sont insérées dans les parties concernées de l'énoncé.

I 1^{ère} partie : Énergie transmise par rayonnement du soleil à la terre

I.1. Propagation du rayonnement solaire.

Le soleil émet de façon isotrope du rayonnement électromagnétique à travers le vide interstellaire et la Terre en reçoit une partie.

I.1.1. Donner les expressions de la densité volumique d'énergie électromagnétique $u_{em}(M, t)$ et du vecteur de Poynting $\vec{\pi}(M, t)$, en fonction du champ électrique $\vec{E}(M, t)$ et du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$.

I.1.2. Donner l'expression de la puissance électromagnétique rayonnée à travers une surface fermée S.

- I.1.3. Donner l'expression de l'énergie électromagnétique U_{em} contenue dans un volume V délimité par la surface S .
- I.1.4. Établir l'expression du bilan global d'énergie électromagnétique.
- I.1.5. Que devient cette expression du bilan d'énergie électromagnétique en régime permanent.
- I.1.6. Le soleil est assimilé à un corps noir. Déterminer sa température de surface T_s , sachant qu'il émet un maximum de densité volumique spectrale d'énergie électromagnétique pour $\lambda_m = 0,5\mu m$. On prendra la constante de Wien égale à $3.10^{-3} SI$.
- I.1.7. Déterminer l'expression de la puissance électromagnétique totale P_s rayonnée par la surface du soleil.
- I.1.8. Justifier la propagation rectiligne des rayonnements électromagnétiques solaires vers la terre.
- I.1.9. Soit φ_s la puissance surfacique moyenne reçue orthogonalement par mètre carré à la limite supérieure de l'atmosphère terrestre : $\vec{\pi} = \varphi_s \cdot \vec{u}_n$, avec $\vec{u}_n$ vecteur unitaire de même sens que $\vec{\pi}$. Établir la relation donnant l'expression de φ_s en fonction de P_s et des données utiles.
- I.1.10. Sachant que $\varphi_s = 1,36 kW.m^{-2}$, déterminer le rayon du soleil R_s .
- I.1.11. La Terre diffuse une fraction $\alpha = 0,34$ de l'énergie reçue du soleil et absorbe le reste. En supposant que la Terre se comporte comme un corps noir de température T , déterminer l'expression puis calculer cette température.

On affine le modèle précédent en tenant compte de l'atmosphère. Le sol et l'atmosphère sont considérés approximativement comme des corps noirs de températures respectives T_t et T_a . L'ensemble sol+atmosphère diffuse la fraction α du rayonnement solaire.

L'atmosphère est une coquille sphérique de rayon $R_t + h$ (avec $h \ll R_t$) qui entoure la terre ; elle absorbe la fraction β du rayonnement solaire et absorbe complètement le rayonnement de la Terre, on prendra $\beta = 0,30$.

La Terre absorbe la fraction $1 - \beta$ du rayonnement solaire et absorbe le rayonnement de l'atmosphère.

- I.1.12. Faire les deux bilans thermiques correspondant au sol terrestre et à l'atmosphère, celle-ci rayonnant de ses deux faces.
 - I.1.13. Déterminer les deux températures T_t et T_a , comparer au résultat précédent et commenter.
- I.2. Production de l'énergie du soleil .

L'énergie est produite à l'intérieur du soleil grâce à la fusion nucléaire entre protons.

Pour modéliser cette interaction, on considère un système de deux protons, supposé isolé, et qui se dirigent l'un vers l'autre. Dans l'état initial ils sont très éloignés, l'énergie potentielle d'interaction est nulle, et ils ont une même énergie cinétique $\varepsilon_{c,i}$ égale à $\varepsilon_{th} = \frac{3}{2}k.T$, k étant la constante de Boltzmann et où $T = 1,5.10^7 K$ est la température à l'intérieur du soleil. La masse d'un proton est $m_p = 1,67.10^{-27} kg$ et sa charge $e = 1,6.10^{-19} C$.

- I.2.1. On note par M_1 et M_2 les positions des deux protons. Montrer que l'étude des mouvements peut se ramener à celle d'un mobile fictif M de masse μ . Ce mobile est repéré par $\overrightarrow{GM}$ dans le référentiel du centre de masse $\mathcal{R}^*(GXYZ)$, et G est le barycentre.
- I.2.2. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle $\varepsilon_p(r)$ et celle de l'énergie mécanique ε_m pour le mobile M .
- I.2.3. Pour que la fusion puisse avoir lieu, les deux particules doivent s'approcher à une distance minimale d'approche $r_0 = 10^{-15}m$ (rayon estimé d'un proton). Donner l'expression de l'énergie mécanique correspondante $\varepsilon_{m,0}$. En déduire l'énergie cinétique initiale et la température correspondante T_0 .
- I.2.4. Discussion graphique : tracer le graphe $\varepsilon_p(r)$, et les deux états d'énergie mécanique : $\varepsilon_{m,0}$ et $\varepsilon_{m,i}$ (état initial). Faire une discussion générale qualitative selon l'énergie mécanique ε_m .
- I.2.5. Comment expliquer la possibilité de fusion nucléaire dans le cas d'énergie mécanique $\varepsilon_m = \varepsilon_{m,i}$?
- I.2.6. L'hydrogène 1H constitue 10% de la masse du soleil. La réaction de fusion nucléaire de quatre noyaux d'hydrogène 1H dégage une énergie de $25MeV$. Sachant que la puissance totale rayonnée par le soleil est $P_s = 4.10^{26}W$, déterminer la durée (en années) pendant laquelle le soleil rayonnerait de l'énergie.
- I.3. Influence du rayonnement solaire sur la température du sol terrestre.

La température en un point du globe terrestre croît avec la puissance moyenne reçue par unité de surface du sol. Cette température change dans l'espace et dans le temps à cause des deux mouvements de la terre : rotation autour d'elle même en $\tau_j = 24h$ et révolution autour du soleil avec la période $\tau_a = 1an$.

I.3.1. Variation de la température avec le lieu sur la Terre.

Dans cette partie, la terre est assimilée à une sphère de centre O' , de rayon R_t .

Un point M sur la surface du globe terrestre est repéré par la donnée de sa latitude λ , avec $\lambda = (\overrightarrow{O'E}, \overrightarrow{O'M})$ où E représente le point d'intersection du cercle passant par N et M avec le plan équatorial : voir figure 1.

I.3.1.1. Justifier qu'on puisse considérer les rayons solaires, arrivant sur la terre, comme parallèles entre eux. Cette supposition sera maintenue dans la suite.

I.3.1.2. A un instant donné, on considère trois faisceaux identiques, parallèles au plan équatorial et qui arrivent aux points E , M et N du sol. Comparer, en le justifiant, les températures T_E, T_M et T_N aux trois points précédents.

I.3.2. Influence du mouvement orbital de la Terre sur la température du globe.

La terre, de masse M_t , est soumise à la force gravitationnelle exercée par le soleil de masse M_s . Le mouvement du barycentre O' de la terre, supposée ponctuelle, est décrit dans le référentiel de Copernic $\mathcal{R}(OXYZ)$ supposé galiléen, O étant le centre du soleil.

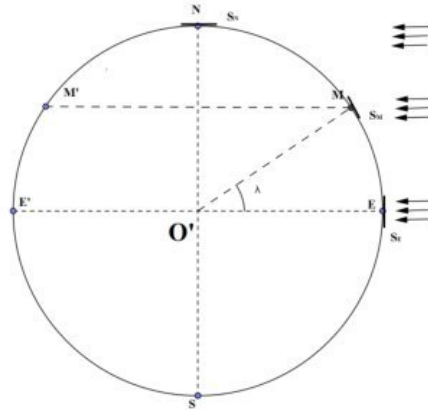


Figure 1

- I.3.2.1. Donner l'expression de la force gravitationnelle du soleil sur la terre.
- I.3.2.2. Montrer que le mouvement de la Terre est plan. On pourra donc le repérer dans le plan polaire XOY par ses coordonnées polaires $r = OO'$ et θ . La trajectoire de la Terre est donnée par la relation entre r et θ : $r(\theta) = \frac{r_0}{1 + e \cdot \cos(\theta)}$ où r_0 est une constante et $e = 0,017$ est l'excentricité.
- I.3.2.3. Donner les expressions des distances minimale r_{min} et maximale r_{max} en fonction de r_0 et e .
- I.3.2.4. En déduire la variation relative de la distance soleil-terre :
- $$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r_{min}} = \frac{r_{max} - r_{min}}{r_{min}}.$$

Selon un modèle simplifié, on suppose que la température d'une planète (ponctuelle) dépend de sa distance r au soleil selon la relation : $T = \frac{k}{\sqrt{r}}$.

- I.3.2.5. Déterminer l'expression de la variation relative de la température :
- $$\varepsilon_T = \frac{\Delta T}{T_{min}} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{min}}.$$

- I.3.2.6. Dans votre région, on suppose que $T_{min} = 273K$. Quelle est la température maximale T_{max} prévue par ce modèle ? Commenter.

I.3.3. Influence de l'inclinaison de l'axe de rotation de la terre sur la température

L'axe SN de rotation de la terre autour d'elle-même est incliné d'un angle $\alpha = 23,5^\circ$ par rapport à l'axe O'Z parallèle à l'axe OZ : voir figures 2 et 3. On considère un point M du globe terrestre repéré par sa latitude λ , et pour les applications numériques on prendra $\lambda = 30^\circ$.

Les températures changent lors du mouvement de la terre autour du soleil, donc en fonction des saisons. Pour l'hémisphère nord, l'hiver commence lorsque la distance terre-soleil est minimale et la terre est en O'_1 et le printemps commence après une rotation $\Delta\theta = \frac{\pi}{2}$.

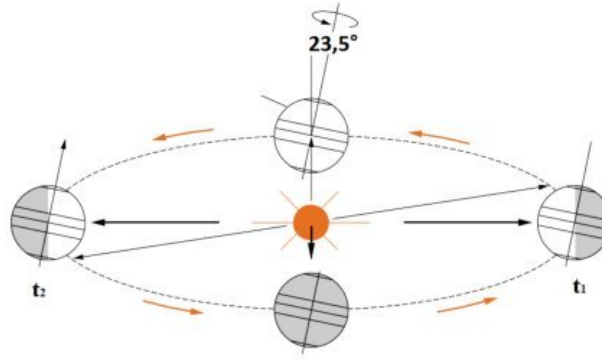


Figure 2

- I.3.3.1. Représenter la trajectoire du centre de la terre et placer les débuts des quatre saisons pour l'hémisphère nord.
- I.3.3.2. Exprimer le moment cinétique de la terre $\vec{\sigma}_O$ et en déduire la loi des aires.
- I.3.3.3. Compte tenu de la faible excentricité de la terre : $e_t = 0,017$, et à l'aide d'une approximation appropriée, exprimer la durée, en ans, de l'hiver.
- I.3.3.4. Exprimer l'écart relatif maximal entre les flux surfaciques (maximal et minimal) au sol : $\varepsilon_\varphi(\lambda) = \frac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{\varphi_{min}}$. Faire l'application numérique.

Le schéma de la figure 3 ci-dessous représente deux situations de la terre à deux dates notées t_1 (à droite) et t_2 (à gauche) et pour lesquelles un point donné M de la terre, se retrouve respectivement aux positions $M(t_1) = M_1$ et $M(t_2) = M_2$.

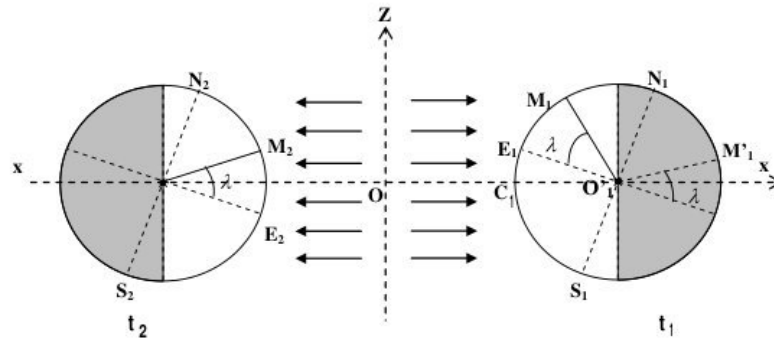


Figure 3

- I.3.3.5. A la date t_1 , sur la figure 3, les rayons solaires sont orthogonaux pour le point C_1 du globe terrestre. Quelle est la latitude de ce point et quelle est la saison en ce point ?
- I.3.3.6. Exprimer en fonction de τ_a la durée minimale τ_{12} entre les instants t_1 et t_2 .

- I.3.3.7. Soit τ_{lc} la durée qui sépare le lever et le coucher du soleil pendant une journée, en un point donné du sol. Cette durée est-elle constante sur toute l'année en un point donné de la Terre ? Justifier.
- I.3.3.8. Recopier le tableau ci-dessous sur votre copie et remplir ses cases par les réponses correctes. Dans la dernière ligne on comparera la durée du jour (apparition théorique du soleil) τ_{lc} à la durée moyenne du jour prise égale à $\tau_{jm} = 12h$.

Position considérée	M_1	M_2	M'_1	S_1
Saison en ce point				
Comparaison de τ_{lc} à τ_{jm}				

- I.3.3.9. A l'instant $t = t_1 + \frac{\tau_a}{4}$, précisez la saison qui règne à l'équateur.

I.4. Utilisation de satellites en météorologie.

Le mouvement des nuages au dessus des régions du globe terrestre conditionne largement le temps qu'il y fera. Pour faire des prévisions météorologiques pour une région donnée, on utilise des photos prises par des satellites qui gravitent autour de la Terre.

- I.4.1. Donner les caractéristiques du mouvement d'un satellite géostationnaire : période τ_s et situation du plan de trajectoire par rapport au plan de l'équateur.
- I.4.2. Précisez les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}_0$ (module et direction) par rapport au vecteur position initial $\vec{r}_0$ au moment de la mise en orbite circulaire du satellite géostationnaire. Déterminer l'expression de l'altitude h .

II 2^{ème} partie : Chaleur issue de l'intérieur de la terre

II.1. Contribution des roches radioactives

On se propose d'évaluer la puissance calorifique volumique p dégagée dans les roches par radioactivité.

La croûte terrestre est constituée principalement de granite de masse volumique $\rho_G = 2,8 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. Les principaux éléments radioactifs à prendre en compte sont l'uranium, le thorium et le potassium de masses molaires respectives en g.mol^{-1} : 238, 232 et 40. On donne dans le tableau ci-dessous la période de désintégration τ , le pourcentage massique x_X de l'élément X , uniformément réparti dans la croûte, et l'énergie ϵ dégagée par la désintégration d'un noyau de l'élément. Le nombre de désintégrations par unité de temps d'une population n de noyaux radioactifs de période τ est donné par la relation :

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\frac{0,69}{\tau} \cdot n(t).$$

Élément X	^{238}U	^{232}Th	^{40}K
τ_X (milliards années)	$\tau_1 = 4,5$	$\tau_2 = 13,9$	$\tau_3 = 1,3$
x_X en %	$x_1 = 4,7 \cdot 10^{-4}$	$x_2 = 2,0 \cdot 10^{-3}$	$x_3 = 3,4 \cdot 10^{-2}$
ϵ_X en J/noyau	$\epsilon_1 = 7,7 \cdot 10^{-12}$	$\epsilon_2 = 4,6 \cdot 10^{-12}$	$\epsilon_3 = 1,4 \cdot 10^{-15}$

- II.1.1. Exprimer (littéralement) les nombres de noyaux par unité de masse de granite : N_X , pour les trois éléments.
- II.1.2. Exprimer la puissance thermique dégagée par unité de masse de granite.
- II.1.3. Calculer la puissance volumique p dégagée par radioactivité.
- II.2. Conduction de la chaleur vers le sol
- La croûte continentale terrestre, de symétrie sphérique, a une épaisseur $h = 35\text{km}$ et une conductivité thermique $\lambda = 2,3\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. On suppose que les roches créent la puissance volumique p .
- II.2.1. Donner la loi de Fourier pour la conduction thermique.
- II.2.2. On choisit un axe OZ d'origine au sol et dirigé vers l'intérieur de la terre. En considérant une tranche comprise entre z et $z + dz$, établir le bilan local de la chaleur en régime permanent.
- II.2.3. Déterminer l'expression de la température $T(z)$ connaissant les températures T_1 et T_2 respectivement au sol et à la profondeur h .
- II.2.4. Déterminer l'expression de la puissance surfacique totale issue de l'intérieur de la terre, φ_i .
- II.2.5. Donner en pourcentage, la contribution de la radioactivité à la puissance surfacique totale issue de l'intérieure de la terre. A quelle source attribue-t-on la puissance surfacique restante ?
- II.3. Sur le sol terrestre, la puissance surfacique due au rayonnement cosmique égale à $\varphi_c = 10^{-8}\text{W.m}^{-2}$.
- Comparer les trois contributions : φ_i , φ_c et φ_s du rayonnement solaire, et commenter.

III 3^{ème} partie : L'atmosphère et les océans de la Terre

L'atmosphère de la terre est formée par l'air qui enveloppe le globe terrestre sur quelques dizaines de kilomètres. On assimile l'air à un gaz parfait contenant, principalement, 80% de diazote et 20% de dioxygène. A une altitude z , repérée à partir du sol, on notera respectivement $T(z)$, $P(z)$ et $\rho(z)$: la température, la pression et la masse volumique. Au niveau du sol $z = 0$, on prendra : $P_0 = 1\text{bar} = 1,03.10^5\text{Pa}$ et $T = T_0 = 300\text{K}$.

III.1. L'atmosphère de la Terre

- III.1.1. Rappeler l'expression de l'énergie interne molaire U d'un gaz parfait.
- III.1.2. Exprimer la vitesse quadratique, notée v , d'une particule ponctuelle de dioxygène de masse m en fonction de la température T .
- III.1.3. L'atmosphère subit l'attraction gravitationnelle de la terre. Établir l'expression de la vitesse de libération v_l au sol.
- III.1.4. En déduire la condition que doit vérifier la température T pour la rétention de l'atmosphère par la terre.

III.2. On suppose que l'atmosphère est en équilibre dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Établir l'expression de la relation fondamentale de la statique des fluides.

III.3. Modèle d'atmosphère isotherme

On suppose dans ce modèle que l'atmosphère est en équilibre et que sa température est constante $T = T_0 = \text{cte}$.

III.3.1. Montrer que la pression à une altitude z (du sol) est donnée par la relation

$$P(z) = P_0 \cdot e^{-\frac{z}{H}} \text{ où } H \text{ est une constante dont on donnera l'expression en fonction de } M_a, g, R \text{ et } T_0.$$

III.3.2. Donner l'expression du facteur de Boltzmann.

III.3.3. Déterminer un ordre de grandeur de H pour une température $T_0 = 300\text{K}$. Que vaut la pression en $z = H$?

III.3.4. Montrer que dans un récipient de hauteur de l'ordre du mètre on peut négliger les variations de la pression. On pourra travailler au voisinage de $z = H$.

III.4. Quelques ordres de grandeur sur l'atmosphère et les océans

Les paramètres climatiques du sol terrestre dépendent du rayonnement solaire. Mais ils dépendent aussi des échanges avec l'atmosphère et les océans.

III.4.1. Quels sont les principaux modes de transferts thermiques mis en jeu ?

III.4.2. Donner les expressions des flux thermiques surfaciques convectifs $\varphi_{a \rightarrow s}$ et $\varphi_{a \rightarrow o}$ respectivement reçus par le sol de température T_s , et par les océans de température T_{oc} en provenance de l'air à la température T .

III.4.3. En supposant la relation $P(z) = P_0 \cdot e^{-\frac{z}{H}}$ valable de $z = 0$ à " l'infini " , donner une estimation de la masse M_{at} de l'atmosphère et faire l'application numérique. Commenter. On donne l'intégrale $I = \int x^2 \cdot e^{-x} \cdot dx = -(x^2 + 2x + 2) \cdot e^{-x}$.

III.4.4. Les océans recouvrent 70% de la surface du globe terrestre ; ils ont une profondeur moyenne de 3800 m et une masse volumique de $\rho_{oc} = 1030 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
Donnez une estimation de la masse des océans M_{oc} .

III.4.5. Compte tenu de la comparaison entre la masse des océans et celle de l'atmosphère, estimer lequel des deux est le plus sensible aux perturbations climatiques dues à l'activité humaine.

III.5. On considère le changement d'état de l'eau pure. Donner la relation de Clapeyron et tracer l'allure du diagramme d'état $P(T)$ en précisant les différents états physiques. Pour l'équilibre de fusion, la masse volumique du solide est inférieure à celle du liquide.

III.6. La fonte des glaces polaires

Avec le réchauffement de la terre, on est amené à étudier les conséquences de la fonte des énormes masses de glace concentrées près des pôles ; par exemple Lythe

et Vaughan¹ ont estimé que la glace flottante de l'Antarctique a un volume d'environ 700000km^3 .

On essaie de se faire une idée très approximative de cette situation complexe, à partir d'un exemple. Il s'agit d'étudier un morceau de glace de masse m_s qui flotte en équilibre thermique et mécanique dans de l'eau liquide, et la partie immergée de la glace a un volume v_i .

Le niveau de l'eau liquide arrive, initialement, au bord du récipient qui le contient. Après la fusion complète de la glace, l'eau débordera-t-elle ? Expliquer, clairement, les raisonnements et les éventuelles approximations utilisés.

Transposer cet exemple au cas de la fonte des glaces polaires pour prévoir l'éventuelle hausse du niveau de la mer et discuter la validité de ce modèle.

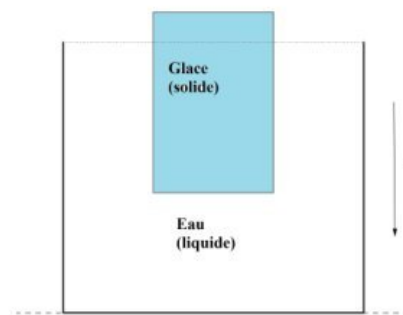


Figure 4

Masse volumique de l'eau liquide : $\rho_l = 1000\text{kg.m}^{-3}$

Masse volumique de l'eau solide (glace) : $\rho_s = 980\text{kg.m}^{-3}$

Masse volumique de l'eau de mer : $\rho_m = 1030\text{kg.m}^{-3}$

Pression $P_0 = 1\text{bar}$.

Température de fusion $T_f = 273\text{K}$, sous 1 bar.

1. Lythe & Vaughan 2001, British Antarctic Survey 2005